K pitanju raspoređivanja primjernih stabala među pojedine debljinske skupine

Levaković, Antun

PROF. Dr. A. LEVAKOVIĆ:

K PITANJU RASPOREĐIVANJA PRIMJERNIH STABALA MEĐU POJEDINE DEBLJINSKE SKUPINE

(Zur Frage der Probestammverteilung auf einzelne Stammgruppen)

SADRŽAJ — INHALT.

I. POJAM I VRSTE PRIMJERNIH STABALA.

Kad se radi o kubisanju ovelike množine razno debelih i razno visokih stabala, koja sačinjavaju jednu prostorno suvislu skupinu (sastojinu), onda prva pomisao dovodi na to, da bi u interesu skraćenja posla bilo najbolje, kad bi se u toj skupini našlo jedno stablo s r e d n j e drvne mase (drvne sadržine) i kad bi se njegova sadržina, utvrđena što točnije u oborenom stanju, jednostavno pomnožila s ukupnim brojem stabala u toj skupini. Ta je pomisao vrlo zamamljiva, ali ne i tako izvediva, jer je na žalost nemoguće ili tek posve slučajno moguće pronaći u sastojini baš to s obzirom na sadržinu sasvim srednje stablo.

Znamo doduše, kako se tome stablu s većom ili manjom točnošću dade unaprijed odrediti debljina (promjer u visini prsiju), pa totalna visina i jedrina (punodrvnost, oblični broj). Znamo također, kako se na osnovi tih dimenzija t r a ž e u sastojinama ovakova stabla. Ali znamo ujedno, da je na osnovi tih dimenzija; pa bile one unaprijed utvrđene i sasvim tačno, nemoguće ili tek sasma slučajno moguće pogoditi u sastojini pravo srednje stablo baš u jednom jedinom primjerku.

Ova okolnost sili nas na to, da pri traženju srednjeg stabla iskorišćujemo poznati zakon o međusobnom izjednačivanju pogrešaka, koje imaju karakter slučajnosti, t. j. da — sve i pri mogućnosti vrlo različitih pojedinačnih iznosa — poprimaju s jednakom vjerojatnošću sad pozitivni, sad negativni predznak. Toga radi, a na osnovi barem srednje debljine i kadšto također još srednje visine, izabiremo prezumptivno srednje stablo ne u jednom, već u više primjeraka, u želji nanaravski, da se u sumi njihovih sadržina što bolje međusobno izjednače pogreške u izboru tih »primjernih« stabala, t. j. diferencije u visini i jedrini ili makar samo u jedrini, a prema tome svakako i u drvnoj masi, što ih izabrani indvidui iamačno imaju prema pravom srednjem stablu.

No tu opet, t. j. u pogledu b r o j a tih primjernih stabala, postoji izvjesna granica, preko koje se nikako ne da prijeći — s jednostavna razloga, jer takovih srednje debelih i srednje visokih stabala, koja bi ujedno mogla da posluže kao primjerci srednje punodrvnosti, ima u sastojini tek vrlo ograničen broj, kadšto čak — naročito u strožem smislu — možda i nijedno. Da bi se broj primjernih stabala mogao prema potrebi povećati, kao i još s drugih nekih razloga, nastoji se na razne načine raspodijeliti ta stabla na veći ili manji broj debljinskih skupina (»debljinskih stepena« dotično »debljinskih razreda«), pak se onda radi o tome, da se unutar svake takove skupine izabere izvjestan broj prezumptivnih s k u p i n s k i h srednjih stabala, kojih bi se diferencije prema pravim srednjim stablima dotičnih skupina što bolje izjednačile — dielomice već unutar svake pojedine skupine zasebno, a dielomice u sumi svih približno na taj način ustanovljenih skupinskih drvnih masa.

Prema gornjoj definiciji smatraju se primjerna stabla kao p r i b l i ž n o s r e d n j i primjerci svih stabala u pojedinoj skupini i ona se prema tome traže u sastojini na osnovi s r e d n j i h dimenzija (debljine, a u novije doba još i visine) za pojedine skupine. To traženje zahtijeva međutim dosta vremena, pak se zato došlo i na ideju, da se primjerna stabla izabiru u sastojini slobodno, t. j. bez obzira na dimenzije i pazeći pri tom samo na to, da izabrani individui ne budu očito abnormalni, te da njihova cjelokupnost bude s obzirom na debljine što bolje raspoređena između ekstremnih u sastojini zastupanih debljina. Drvne mase, visine i jedrine tih individua izlaze kao rezultat neposredne njihove izmjere u oborenom stanju i s pomoću njih dolazi se do približno srednje stablimične mase za svaku pojedinu debljinsku skupinu interpolacijom na osnovi grafički konstruisanih izjednadžbenih krivulja, koje obično predstavljaju prosječan volumen kao funkciju debljine (izmjerene već u osovnom stanju).

Nedavno je M a l e t i ć čak predložio[1], da se pri izboru ovakovih stabala uzimlje jednostavno svako n^{to} stablo cijele sastojine, ili pak svi individui, koji se nalaze u jednoj ili više povoljno kroz sastojinu položenih ravnih linija.

Izvođenje sastojinske drvne sadržine iz drvnih sadržina s l o b o d n o i z a b r a n i h primjernih stabala ima — istina — prednost jednostavnosti i brzine prema prvospomenutim principima izvođenja, koji se, kako vidjesmo, osnivaju na drvnim masama p r i b l i ž n o s r e d n j i h individua unutar pojedinih skupina. No ono prema prvospomenutim principima ima i izvjesnih mana, koje kadšto odlučno govore u prilog tim prvospomenutim principima.

Glavna je mana slobodno biranih primjernih stabala u tome, što su ona s obzirom na visine i jedrine dobrim dijelom slabo, a gdjekoja čak i vrlo slabo reprezentativna. I ova mana mora naročito da dođe do izražaja kod uzimanja njihova iz sastojine prema spomenutom M a l e t i ć e v o m prijedlogu.

Često puta veliko i vrlo nepravilno rasipanje sadržina slobodno biranih primjernih stabala oko izvjesnog prividno srednjeg smjera, kojim bi eventualno trebala možda da se povuče sadržinska krivulja, može lako da dovede konstruktora u ne malu nepriliku u pogledu najispravnijeg povlačenja krivulje. To je, kako je poznato, bilo razlogom izvjesnim prijedlozima [S p e i d e l[2], K o p e z k y[3],[4], K á r o l y i[5]], koji su išli za tim, da se po mogućnosti odstrani ova neprilika, no koji također pokazuju dosta slabosti.

Stoga se za jednako točan izvod sastojinske drvne sadržine, a uz inače jednake okolnosti, moraju slobodno birana primjerna stabla, a naročito ona po M a l e t i ć e v o m prijedlogu, upotrebljavati u znatno većem broju, nego li je to po-

[1]) Vidi u pregledu literature redni broj 1.

trebno pri upotrebi primjernih stabala kao približno srednjih individua.

Ovakova slobodno birana »sadržinska« primjerna stabla neće biti predmetom nazočne studije.

Ima, kako je poznato, još jedna vrst slobodno biranih primjernih stabala, a to su tzv. visinska primjerna stabla, koja na sličan način imaju da posluže kao baza za određivanje prosječnih visina za pojedine debljinske skupine, naročito primarne (debljinske stepene). Ta primjerna stabla, jer se principijelno mjere u osovnom stanju, mogu baš zato da se mjere u mnogo većem broju, nego li je to moguće kod slobodno biranih sadržinskih primjernih stabala. Osim toga je i sam zadatak visinskih primjernih stabala, kao reprezentanata isključivo visine unutar pojedinih primarnih skupina, znatno uži od zadatka slobodno biranih sadržinskih primjernih stabala, kao reprezentanata drvne mase. To su sve razlozi, s kojih se prosječne stepenske visine dadu i grafički, a iz drugih nekih razloga jamačno i računski (po metodi najmanjih kvadrata) utvrditi mnogo sigurnije nego prosječne stepenske drvne sadržine.

I visinska primjerna stabla pustit ću u ovoj studiji posve po strani, pak ću jednostavno pretpostaviti, da su prosječne visine pojedinih primarnih skupina utvrđene bespogrešno. A ta je pretpostavka sasvim opravdana, jer se ovdje radi samo o onoj točnosti sastojinskog kubisanja, koja može da proisteče iz upotrebe primjernih stabala prema prvoj gore spomenutoj definiciji. No i ova primjerna stabla dadu se podrazdijeliti u dvije naročite kategorije. Ona se naime, kako već ranije spomenuh, mogu birati u sastojini ili samo na osnovi unaprijed za njih što točnije utvrđenog prsnog promjera ili pak još i na osnovi isto tako za njih unaprijed utvrđene prosječne skupinske visine.

U prvom slučaju izabrani individui imaju u glavnom zadaću, da posluže kao primjerci po mogućnosti srednjih skupinskih obliko-visina i dadu se stoga najzgodnije označiti kao oblično-visinska primjerna stabla. U drugom se pak slučaju pri izboru primjernih stabala ima u glavnom paziti samo još na to, da izabrani individui što bolje posluže kao primjerci po mogućnosti srednjih oblika (obličnih brojeva) u pojedinim skupinama. Takovi individui dadu se stoga najzgodnije označiti kao oblična primjerna stabla.

Pored slobodno biranih primjernih stabala bila su sve do nedavna predmetom dendrometrijske literature samo oblično-visinska primjerna stabla i tek u zadnjem deceniju počelo se uviđati, da što točnijem rezultatu u pogledu sastojinske drvne sadržine bolje pogoduje upotreba obličnih primjernih stabala. Predmetom ove studije bit će obje ove kategorije primjernih stabala, a problem studije odnosi se na pitanje, kako treba da se primjerna stabla rasporede na pojedine debljinske skupine, pa da se uvodno spomenute diferencije — kod izvjesnog ukupnog broja primjernih stabala — izjednače što bolje.

II. PREGLED DOSADANJIH RASPOREDBENIH PRINCIPA.

Pitanje najbolje raspored be primjernih stabala među pojedine skupine staro je gotovo toliko, koliko je stara i sama nauka o kubisanju sastojina na osnovi drvnih masa primjernih stabala. Već u samim prvim počecima te nauke izbila su na površinu u pogledu broja primjernih stabala, što ih treba da dobiju pojedine skupine, dva bitno različita principa.

Prema Schwappachu[6]) postavio je prvi od ta dva principa poznati — mogli bismo skoro kazati, otac dendrometrije — Hossfeld (1812. godine). On dozvoljava, da svaka primarna skupina ima ili samo po jedno ili po više primjernih stabala. U posljednjem slučaju može broj primjernih stabala u pojedinim skupinama da bude sasvim povoljan. To je dakle princip povoljnog raspoređivanja primjernih stabala.

Drugi princip, što ga je — prema jednoj daleko kasnijoj Loreyevoj notici, objelodanjenoj u jednom njemačkom stručnom časopisu[7]) — izrekao sasvim jasno već 1814. godine Livonac v. Löwis, traži, da svaka skupina dobije broj primjernih stabala približno proporcionalan s ukupnim brojem stabala u skupini. Taj je princip međutim sve do 1857. godine ostao u literaturi posve nezapažen, te ga je tek te godine, neznajući jamačno za dotičnu v. Löwisovu knjigu, ponovno iznio na površinu poznati Draudt[8]), pak je onstoga u literaturi općenito poznat pod nazivom »Draudtov princip«. U stvari je to princip linearne proporcionalnosti u raspodjeljivanju primjernih stabala, jer su ukupni brojevi stabala jednostavni linearni pojmovi.

Urich je taj Löwis-Draudtov princip usavršio time, što je pokazao[9]), [10]), da se proporcionalnost između ukupnog broja stabala u svakoj skupini i broja primjernih stabala u svakoj od njih dade često puta postići sasvim strogo, ako se primarne skupine transformišu tako, da svaka od novo-nastalih skupina ima pojednak ukupni broj stabala i pojednak broj primjernih stabala (jedno ili više njih).

Rob. Hartig izložio je daljnji jedan princip raspoređivanja primjernih stabala, po vanjskoj formi vrlo analogan spomenutoj Urichovoj modifikaciji Draudtova principa, ali u suštini sasvim različit od nje. Razlika je u tome, što po Hartigu svaka debljinska skupina treba da ima po jednak zbroj temeljnica i po jednak broj primjernih stabala. Osim toga se jednakost u ukupnim brojevima stabala između pojedinih skupina (Urich) dade kadšto provesti sasvim točno, dok je to u pogledu zbrojeva temeljnica (Hartig) moguće uvijek tek približno.

Ovaj Hartigov princip, koji se s obzirom na kvadratni karakter temeljnica može da nazove i principom kvadratne proporcionalnosti u raspodjeljivanju primjernih stabala, dade se međutim, kao što sam pokazao u nekim svojim publikacijama [11], [12], [13], ostvariti približno (ako i nešto manje točno nego po originalnoj Hartigovoj zamisli) i onda, ako debljinske skupine zadrže onaj primarni karakter, što ga dobiše kao neposredan rezultat klupovanja.

Postavljanjem principa proporcionalnog raspoređivanja primjernih stabala išlo se više ili manje svjesno za tim, da se stvore preduslovi, kako bi se ili već u zbroju svih primjerno-stabaonih drvnih masa (Draudt) ili pak u zbroju svih totalnih skupinskih drvnih masa (Hartig) što bolje međusobno izjednačile razlike, što ih izabrana primjerna stabla pojedinih skupina jamačno imaju prema pravim srednjim stablima dotičnih skupina. Tečajem vremena mišljenja su se sve više koncentrisala u smjeru, prema kojem Hartigov princip raspoređivanja bolje pogoduje konačnoj točnosti kubikacionog rezultata nego prva dva principa. Jedan od glavnih predstavnika toga mišljenja (pored Hartiga samog) bio je Guttenberg[14]). On je to mišljenje zgodno obrazložio na osnovi jednog primjera, izjavivši osim toga naročito, da je »vjerojatnost međuskupinskog izjednačenja pogrešaka učinjenih u izboru primjernih stabala očito dadena samo onda, ako svako primjerno stablo zastupa približno jednak dio ukupne sastojinske drvne mase«.

U spomenutim publikacijama ja sam, također na jednom primjeru, podvrgao brojčanom ispitivanju pored Draudtovog principa još i ovo prošireno Guttenbergovo stanovište, pak sam došao do sličnog, ali ne tako ekskluzivnog naziranja. Prema tome mom stanovištu maksimalna točnost ukupnog kubikacionog rezultata može se svakako očekivati s najviše izgleda, ali ne i jedino uz uslov, da se primjerna stabla raspodjeljuju na pojedine skupine proporcionalno prema drvnim masama tih skupina. No s obzirom na principijelnu nemogućnost ovakovog raspoređivanja — u koju bi naime svrhu već unaprijed bilo potrebno poznavanje onih drvnih masa, koje se tek trebaju da ustanove — izjavio sam se i ja konačno za Hartigov princip kao najbliži tome principu raspoređivanja prema drvnim sadržinama.

Nešto kasnije izjavljuje se i Neubauer sasvim decidirano za taj princip proporcionalnosti (prema drvnim sadržinama), ali on ga prihvaća bez ikakove naročite argumentacije i kao nešto, što se samo po sebi razumije kao najbolje[15]). On ga čak nastoji privesti u djelo predlažući, da se sastojina na osnovi prethodnog i provizornog njenog kubisanja s pomoću apstraktnih primjernih stabala, t. j. s pomoću pojedinačnih drvnih sadržina očitanih iz sadržinskih tabela, izdjeljuje u izvjestan broj skupina sa približno jednakim drvnim sadržinama (slično obrazovanju Hartigovih skupina sa približno jednakim zbrojevima temeljnica) i sa po jednim primjernim stablom u svakoj skupini. Po kubisanju jednog što pomnije izabranog konkretnog primjernog stabla u svakoj od njih (s pomoću unaprijed za njih utvrđene debljine i visine) imala bi se drvna masa sastojine definitivno utvrditi po jednoj formuli, koja uz izvjesnu kombinaciju pojedinačnih sadržina, pripadnih s jedne strane konkretnim i s druge strane apstraktnim primjernim stablima, ima da ispravi provizoran, manje ispravan iznos sastojinske drvne mase.

Sa Neubauerom se ujedno završuje serija autora, koji pitanje najispravnijeg raspodjeljivanja primjernih stabala prosuđuju ili samo na osnovi predosjećanja ili samo na osnovi jednostavne brojčane dokumentacije, crpljene iz primjera. Već godinu dana iza njega ulazi Tischendorf[16]) u ovo pitanje na matematičkoj bazi. Ipak je i ta baza još slabo egzaktna, jer Tischendorf barata tu sa kraćenjima tek približnim i sa izvjesnim netočnim pretpostavkama, koje i on sam priznaje takovima. On dolazi do rezultata, da se primjerna stabla moraju među pojedine skupine razdjeljivati proporcionalno kvocijentima, što ih čine skupinske drvne mase kao brojnici i promjeri skupinskih srednjih stabala kao nazivnici. Dakle opet neka vrst kvadratne proporcionalnosti — s obzirom na činjenicu, da su brojnici kubne, a nazivnici linearne veličine.

Inače je to rezultat, koji ne stoji u potpunom saglasju ni s jednim od dotada iznešenih principa raspodjeljivanja, ali se ipak najviše približuje Hartigovom principu. Karakteristično je međutim, da Maletić — pozivajući se na taj Tischendorfov rezultat, a puštajući očito s vida još jedan noviji rezultat toga istog autora — poriče općenito svim principima raspodjeljivanja primjernih stabala među pojedine skupine uopće svaku važnost za točnost kubisanja sastojine[1]) i malo zatim[20]) pristaje ipak uz Draudtov princip.

Tischendorf je, kako rekoh, izveo još jedan noviji zakon za raspodjeljivanje primjernih stabala. Izveo ga je također na matematičkoj bazi, ali također tek približno. Taj je novi zakon potpuno saglasan s prvim dijelom moga napomenutog stanovišta, t. j. da točnosti kubisanja sastojine najbolje pogoduje raspodjeljivanje primjernih stabala u proporciji skupinskih drvnih masa, koje ali nikako ne moraju da budu međusobno jednake[17]). No privodeći taj zakon u život računa i Tischendorf skupinske drvne mase najprije provizorno, s pomoću sadržinskih tabela, pak onda na osnovi drvnih sadržina dobivenih kubisanjem konkretnih primjernih stabala (izabranih također na osnovi i debljine i visine) izvodi korekturu prvobitne, provizorne sadržine. Samo on ne ispravlja drvnu masu sastojine kumulativno, kako to čini Neubauer, već za svaku pojedinu skupinu odijeljeno.

III. NOV POGLED NA PROBLEM.

Kako vidjesmo, u svrhu približnog ostvarenja najboljim smatranog rasporedbenog principa predlaže i Neubauer i Tischendorf prethodno kubisanje sastojine (skupine) s pomoću sadržinskih tabela, dakle kubisanje, što ga i jedan i drugi tom prilikom načelno označuje manje točnim od kubisanja sastojine uz upotrebu konkretnih primjernih stabala. Ovo njihovo mišljenje u pogledu rezultata osnovanog na sadržinskim tabelama izlazi otud, što inače ni jedan ni drugi ne bi sastojinsku (skupinsku) drvnu masu, dobivenu provizorno s pomoću napomenutih tabela, podvrgavao naknadnoj korekturi na osnovi podataka dobivenih izmjerom konkretnih primjernih stabala. To je ujedno i bitna mana, koja tereti njihovo ostvarivanje napomenutog rasporedbenog principa, jer je u najmanju ruku vrlo dvojbeno, da li je prema njihovu postupku uopće moguća naknadna korektura provizorne sastojinske (skupinske) drvne mase, koja je prema njima s pomoću navedenih tabela dobivena manje točno, nego što se to želi da postigne na osnovi upotrebe konkretnih primjernih stabala*

No ni sam princip raspoređivanja prema skupinskim drvnim masama (pa i faktičnim) nije po Tischendorfu dokazan bezdvojbeno kao najispravniji, jer je, kako rekoh, i noviji od navedena dva Tischendorfova izvoda tek približan, na što izričito upozoruje i on sam. S druge strane napomenutoj mojoj brojčanoj dokumentaciji na osnovi jednog primjera može se opravdano prigovoriti, da joj manjka karakter općenitosti, jer se tu cijelo pitanje promatra tek prema rezultatima kombinovanja pogrešaka unutar jednog jedinog i k tome slabo opsežnog sistema pogrešaka, dok ih je zapravo moguć vanredno velik broj i k tome sistema vrlo različitih opsega.

Dakle je problem najispravnijeg raspodjeljivanja primjernih stabala zapravo još uvijek otvoren, pak ću se stoga pozabaviti s njime i u ovoj studiji, a na bazi egzaktnijoj, nego što je Tischendorfova. Jer ja ću i ovdje operirati s tzv. pravim pogreškama u izboru primjernih stabala, t. j. s diferenci-

* Pitanje o tome raspravlja se u narednoj mojoj studiji.

jama između izabranih primjernih stabala pojedine skupine i pravih srednjih stabala te iste skupine, dok Tischendorf svuda operira samo s tzv. prividnim pogreškama, t. j. s diferencijama, što ih izabrana primjerna stabla pojedine skupine pokazuju prema svojoj vlastitoj aritmetičkoj sredini.

Te dvije vrsti pogrešaka nijesu identične i pojam pravih pogrešaka svakako je egzaktniji. Ova principijelna razlika u samoj bazi problema mora naravski da se očituje i u cijelom toku misli.

Stavimo li se na načelno stanovište, da se izabrana primjerna stabla moraju s obzirom na debljinu ili još i s obzirom na visinu što točnije podudarati s pravim srednjim stablima svojih skupina, t. j. s aritmetičkim sredinama svih stabala unutar dotičnih skupina, pak vrši li se ujedno izbor primjernih stabala što strože prema tome gledištu, onda su debljine, dotično i visine izabranih individua, kao mjerene veličine, praktički bespogrešne i griješi se pri izboru primjernih stabala zapravo samo u pogledu onih faktora drvne mase, koji se pri izboru ocjenjuju. T. j. pri upotrebi obličnih primjernih stabala griješi se u principu samo s obzirom na oblični broj, a pri upotrebi oblično-visinskih primjernih stabala s obzirom na obliko-visinu.

Razlog je ovim »obličnim« dotično »oblično-visinskim« pogreškama u tome, što izabrana primjerna stabla jamačno imaju druge oblične brojeve (*f*) dot. obliko-visine (*hf*), nego što ih imaju prava srednja stabla dotičnih skupina. Mi doduše te direktne pogreške u izboru primjernih stabala ne poznamo i ne možemo da ih, kao prave pogreške, upoznamo bez naknadnog obaranja i kubisanja (u oborenom stanju) svih stabala u sastojini, ali znamo kao sigurno to, da one prigodom računanja drvnih sadržina za izabrana primjerna stabla prelaze, pretvaraju se u indirektne (»sadržinske«) pogreške — najprije pojedinačne (stabaone), a potom i u totalne (skupinske). Razlogom je tome činjenica, da se po poznatoj formuli za drvnu masu pojedinog stabla ($v = ghf$) pogrešni faktor drvne mase, recimo oblični broj, a po tom i dotična (oblična) pogreška množi sa bespogrešnim dijelom sadržinskog produkta, nakon čega se i ta pojedinačna sadržinska pogreška množi još sa ukupnim brojem stabala u skupini, pak se time pretvara u sadržinsku pogrešku cijele skupine.

Pita se sada, koje od navedenih dviju vrsti pogrešaka mogu bolje da se ukidaju međusobno — da li direktne ili indirektne?

Direktne pogreške nastaju sve pod istim okolnostima, ako primjerna stabla svih skupina odabire jedno te isto lice, pod istim izvanjim okolnostima i s jednakom pomnjom dotično objektivnošću (što strožom naravski). One pod tim uslovom mogu doduše i moraju čak da budu nejednake međusobno, ali ipak neke od njih moraju da budu pozitivne, a druge negativne i to im stvojstvo (ma djelomice i putem samoga instinkta) pridavaju svi stručni autori, kad preporučaju izbor primjernih stabala barem u nekoliko primjeraka. No još je gotovo glavnija osebina tih pogrešaka u tome, da su sve one, ako i nejednake međusobno, ipak homogene, t. j. one sve zajedno čine sistem pogrešaka srodnih po postanku i prema tome ekvivalentnih — sistem, unutar kojega dolazi i mora svakako da dođe do ukidanja u jačoj (prema prilikama i mnogo jačoj) mjeri, nego unutar kakovog sistema nesrodnih, heterogenih pogrešaka.

Zamislimo si n. pr. sistem od x djelomice pozitivnih i djelomice negativnih pogrešaka, kojih se iznosi gibliju u granicama od 1 i 10 centimetara. Zamislimo si zatim sistem od također x pogrešaka, kojih se polovica ($\pm$ naravski) giblje u istim granicama, a druga polovica (također $\pm$) u granicama od 1 i 10 metara. Naravski da će rezultat ukidanja unutar ovog drugog sistema, očito heterogenih pogrešaka, biti kud i kamo nepovoljniji, jer tu centimetričke pogreške praktički ne igraju nikakove uloge.

Za direktne pogreške rekao sam, da u glavnom imaju karakter homogenih pogrešaka. Kakav karakter mogu da imaju indirektne pogreške? Nema dvoj be,da će i one imati isti taj karakter, ako je pretvorba svih direktnih pogrešaka u indirektne jednolična, t. j. ako se svaka direktna pogreška — u svrhu pretvorbe u indirektnu — množi s jednim te istim pretvorbenim faktorom. U protivnom slučaju, t. j. ako se neke direktne pogreške množe u navedenu svrhu s manjim, druge s većim faktorom, imamo posla s indirektnim pogreškama heterogenog značaja i ta je heterogenost to veća, što je veća razlika između pojednih pretvorbenih faktora.

Pri ispitivanju pojedinih principa za raspodjeljivanje primjernih stabala na pojedine skupine potrebno je dakle, da se glavna pažnja svrati na pitanje, da li i u koliko oni omogućuju jednolično pretvaranje oblično-visinskih dotično obličnih pogrešaka u sadržinske i kolika je eventualno nejednakost između pojedinih skupina u pogledu toga pretvaranja.

Ispitati ću s obzirom na taj momenat najprije Hossfeldov, zatim Draudtov i Hartigov princip — sve ovo najprije s obzirom na raspoređivanje oblično-visinskih, a zatim i s obzirom na raspoređivanje samih obličnih primjernih stabala. Novi princip, nagoviješten u pregledu sadržaja pod V, izlazi kao neposredan rezultat toga ispitivanja.

Neubauer - Tischendorfov princip (prema provizornim skupinskim sadržinama) stoji van dosega ovakovog ispitivanja, ali mu se ipak, jednako kao i praktički neizvedivom principu raspodjeljivanja prema faktičnim skupinskim sadržinama, dade ocijeniti stepen podudaranja s tim novim principom.

IV. RASPODJELJIVANJE OBLIČNO-VISINSKIH PRIMJERNIH STABALA.

1. Povoljno raspodjeljivanje.

Neka u pojedinim skupinama (bilo primarnim ili sekundarnim), kojih u sastojini ima svega x, izrazi $N_1, N_2, \ldots N_x$ označuju ukupne brojeve stabala; $\mathfrak{N}_1, \mathfrak{N}_2, \ldots \mathfrak{N}_x$ brojeve primjernih stabala; $\mathfrak{V}_1, \mathfrak{V}_2, \ldots \mathfrak{V}_x$ ukupne drvne mase primjernih stabala. Onda Hossfeldova formula za volumen cijele sastojine glasi:

$$V = \frac{N_1}{\mathfrak{N}_1}\mathfrak{V}_1 + \frac{N_2}{\mathfrak{N}_2}\mathfrak{V}_2 + \cdots + \frac{N_x}{\mathfrak{N}_x}\mathfrak{V}_x \qquad (1)$$

Kako je poznato, od svih oblično-visinskih primjernih stabala pojedine skupine zahtijeva se, da im temeljnica što točnije odgovara srednjoj temeljnici svih stabala u skupini. Označi li se dakle ova temeljnica, pa prema tome bespogrešnom smatrana temeljnica svakog pojedinog primjernog stabla u skupini sa g_a (gdje je $a = 1, 2, \ldots x$), onda za zbroj svih temeljnica u skupini izlazi poznata jednadžba

$$G_a = N_a g_a \qquad (2)$$

a za zbroj temeljnica svih primjernih stabala u istoj skupini analogna jednadžba

$$\mathfrak{G}_a = \mathfrak{N}_a g_a \qquad (3)$$

Diobom ovih dviju jednadžaba izlazi, kako je poznato:

$$\frac{G_a}{\mathfrak{G}_a} = \frac{N_a}{\mathfrak{N}_a} \qquad (4)$$

a dalje, uvrštenjem lijeve strane ove jednadžbe u formulu (1), poznata također formula

$$V = \frac{G_1}{\mathfrak{G}_1}\mathfrak{V}_1 + \frac{G_2}{\mathfrak{G}_2}\mathfrak{V}_2 + \cdots + \frac{G_x}{\mathfrak{G}_x}\mathfrak{V}_x \qquad (5)$$

Kako se pojedina primjerna stabla unutar izvjesne kojegod skupine a (označit ću ih rednim brojevima $\mathrm{I}_a, \mathrm{II}_a, \ldots \mathfrak{N}_a$) ne razlikuju u načelu jedno od drugoga s obzirom na temeljnicu, već tek s obzirom na obliko-visinu (hf), to im ukupnu drvnu masu predstavlja izraz

$$\mathfrak{B}_a = g_a \left\{ (hf)_{I_a} + (hf)_{II_a} + \cdots + (hf)_{\mathfrak{N}_a} \right\} \cdots\cdots\cdots (6)$$

ili kraće:

$$\mathfrak{B}_a = g_a \ [(hf)_a] \cdots\cdots\cdots (7)$$

gdje uglata zagrada s a m a z a s e b e predstavlja sumu. Uvrste li se redom pojedini pod skupnom oznakom $\mathfrak{B}_a$ supsumirani izrazi zajedno sa pripadnim izrazima pod (3) u formulu (5), izlazi iz ove kraćenjem:

$$V = \frac{G_1}{\mathfrak{N}_1}[(hf)_1] + \frac{G_2}{\mathfrak{N}_2}[(hf)_2] + \cdots + \frac{G_x}{\mathfrak{N}_x}[(hf)_x] \cdots\cdots (8)$$

Obliko-visina svakog pojedinog primjernog stabla u skupini razlikuje se od z a i s t a p r o s j e č n e obliko-visine u dotičnoj skupini za izvjestan iznos $\pm \Delta_{(hf)_a}$. Sve te pojedine razlike (pogreške) mogu da se u sumi pod (8) tek posve slučaino izjednače sasvim, osim ako bi s v a stabla unutar svake pojedine skupine bila ujedno i primjerna stabla. Stoga se naravski mjesto prave sastojinske drvne mase (V) mora da dobije izvjestan pogrešan iznos ($V \pm \Delta_v$).

Iznosi $\frac{G_a}{\mathfrak{N}_a}$ pretpostavljeni su s pravom kao bespogrešni.

Ako analogno kao pod (7) označimo kratko i sumu svih oblično-visinskih p o g r e š a k a unutar pojedine skupine, onda iz formule (8) izlazi formula

$$\begin{aligned} V \pm \Delta_v = & \frac{G_1}{\mathfrak{N}_1}\left\{ [(hf)_1] \pm [\Delta_{(hf)_1}] \right\} + \\ & + \frac{G_2}{\mathfrak{N}_2}\left\{ [(hf)_2] \pm [\Delta_{(hf)_2}] \right\} + \cdots \\ & \cdots + \frac{G_x}{\mathfrak{N}_x}\left\{ [(hf)_x] \pm [\Delta_{(hf)_x}] \right\} \cdots\cdots\cdots (9) \end{aligned}$$

a odovud se odbitkom formule (8) dobiva za pogrešku u drvnoj masi cijele sastojine formula

$$\pm \Delta_v = \pm \frac{G_1}{\mathfrak{N}_1}[\Delta_{(hf)_1}] \pm \frac{G_2}{\mathfrak{N}_2}[\Delta_{(hf)_2}] \pm \cdots \pm \frac{G_x}{\mathfrak{N}_x}[\Delta_{(hf)_x}] \cdots (10)$$

Dakle, kako vidimo, parcijalne sume oblično-visinskih pogrešaka množe se sa raznim, međusobno v r l o n e j e d n a k i m faktorima $\frac{G_a}{\mathfrak{N}_a}$ i time se oblično-visinske pogreške pretvaraju u sadržinske pogreške u vrlo nejednakoj mjeri. Ova činjenica dolazi naročito do izražaja, ako su (što se nikako ne protivi duhu Hossfeldovog principa) brojevi primjernih stabala u svim skupinama jednaki. Hossfeldov princip raspodjeljivanja primjernih stabala ne iskorišćuje dakle kako treba one pogodnosti, što ih ima da pruži izbor izvjesnog broja primjernih stabala raspoređenih na što veći broj debljinskih skupina.

2. Proporcionalno raspoređivanje.

a) Raspoređivanje prema brojevima stabala.

Kako je poznato, kod ovog principa treba da između ukupnih brojeva stabala u pojedinim skupinama i brojeva primjernih stabala u njima postoji razmjer

$$\frac{N_1}{\mathfrak{N}_1} = \frac{N_2}{\mathfrak{N}_2} = \cdots = \frac{N_x}{\mathfrak{N}_x} = \frac{N}{\mathfrak{N}} \qquad (11)$$

gdje je

$$N = N_1 + N_2 + \cdots + N_x \qquad (12)$$

$$\mathfrak{N} = \mathfrak{N}_1 + \mathfrak{N}_2 + \cdots + \mathfrak{N}_x \qquad (13)$$

Izraze li se dakle u formuli (10) zbrojevi temeljnica produktima iz jednadžbe (2) i uvrsti li se potom u nju u smislu jednadžbe (11) svuda jedan te isti omjer $\frac{N}{\mathfrak{N}}$, dobit će se iz nje:

$$\pm \Delta_v = \frac{N}{\mathfrak{N}} \left\{ \pm g_1 [\Delta_{(hf)1}] \pm g_2 [\Delta_{(hf)2}] \pm \cdots \pm g_x [\Delta_{(hf)x}] \right\} \qquad (14)$$

I faktori $g_1, g_2, \ldots g_x$ razlikuju se međusobno uvijek (kadšto i vrlo mnogo), jer je uvijek $g_1 < g_2 < \cdots < g_x$. Stoga ni Draudtov princip, ma u kojoj mu formi, ne iskorišćuje kako treba pogodnosti, što ih ima i može da pruži raspoređenje primjernih stabala na što veći broj debljinskih skupina. Ipak Draudtov princip više pogođuje međuskupinskom izjednačivanju pogrešaka nego Hossfeldov, jer se kod njega sume direktnih pogrešaka množe sa faktorima, koji se međusobno razlikuju razmjerno manje nego pretvorbeni faktori Hossfeldovog principa.

b) Raspoređivanje prema zbrojevima temeljnica.

Ovaj princip zahtijeva u teoriji, da između pojedinih skupina (primarnih ili sekundarnih) i cijele sastojine postoje s obzirom na brojeve primjernih stabala razmjeri

$$\frac{G_1}{\mathfrak{N}_1} = \frac{G_2}{\mathfrak{N}_2} = \cdots = \frac{G_x}{\mathfrak{N}_x} = \frac{G}{\mathfrak{N}} \qquad (15)$$

gdje je G zbroj temeljnica za cijelu sastojinu. S obzirom na ovu jednadžbu mora formula (10), teorijski uzeto, da prijeđe u formulu

$$\pm \Delta_v = \frac{G}{\mathfrak{N}} \left\{ \pm \left[\Delta_{(hf)1}\right] \pm \left[\Delta_{(hf)2}\right] \pm \cdots \pm \left[\Delta_{(hf)x}\right] \right\} \quad \cdots (16)$$

koja, kako vidimo, zbraja oblično-visinske pogreške svih debljinskih skupina s a m e z a s e b e i tek se njihova k o n a č n a suma pretvara posredstvom konstantnog faktora $\frac{G}{\mathfrak{N}}$ u totalnu sadržinsku pogrešku. No radi toga, što se i z r a č u n a n i brojevi primjernih stabala moraju da z a o k r u ž e na c i j e l e brojeve, ne može jednakost pojedinih članova pod (15) da se postigne zaista potpuno točno. Uza sve to sigurno je ipak, da ovaj H a r t i g o v princip mnogo bolje iskorišćuje pogodnosti raspodjeljivanja primjernih stabala na debljinske skupine, nego što je to slučaj sa D r a u d t o v i m i pogotovo H o s s f e l d o v i m principom, jer je nejednakost između pojedinih članova pod (15), kojoj je razlogom samo napomenuto zaokruživanje (većinom nepravih) razlomaka na cijele brojeve, relativno daleko manja od nejednakosti — recimo — između g_1 i g_x pod (14).

Prema originalnoj Hartigovoj zamisli traži se, kako je rečeno, da se primarne skupine (njih x na broju) pregrupišu, kako bi između novo-obrazovanih, sekundarnih skupina (njih y na broju) mogle što bolje da postoje jednadžbe

$$G_1 = G_2 = \cdots = G_y = \frac{G}{y} \quad \cdots (17)$$

$$\mathfrak{N}_1 = \mathfrak{N}_2 = \cdots = \mathfrak{N}_y = \frac{\mathfrak{N}}{y} \quad \cdots (18)$$

Iz poznatih razloga međutim (zapravo također radi zaokruživanja na cijele brojeve) ne može ni između pojedinih članova pod (17) da postoji sasvim stroga jednakost, ali je ona ipak nešto bolja nego pod (15). Za slučaj, da svaka skupina obrazovana prema jednadžbi (17) dobije tek po jedno primjerno stablo, da primjernih stabala ima dakle za cijelu sastojinu svega y, prelazi formula (16) u jednostavniju formulu

$$\pm \Delta_v = \frac{G}{y} \left\{ \pm \Delta_{(hf)_1} \pm \Delta_{(hf)_2} \pm \cdots \pm \Delta_{(hf)_y} \right\} \quad \cdots (19)$$

u kojoj se ukidanje oblično-visinskih pogrešaka može da vrši isključivo između pojedinih debljinskih skupina.

V. RASPOREĐIVANJE OBLIČNIH PRIMJERNIH STABALA.

1. Povoljno raspoređivanje.

Pri upotrebi obličnih primjernih stabala predmnijeva se, kako rekoh, da su sva primjerna stabla bespogrešno izabrana ne samo s obzirom na debljine, već i s obzirom na visine, pak da prema tome preostaju kod njih samo oblične pogreške. Ovdje dakle sva primjerna stabla jedne te iste skupine moraju načelno da imaju jedan te isti produkt $g_a h_a$, pa stoga formula (6) po izlučenju toga zajedničkog faktora prelazi u formulu

$$\mathfrak{V}_a = g_a h_a \left(f_{\mathrm{I}_a} + f_{\mathrm{II}_a} + \cdots + f_{\mathfrak{N}_a}\right) \quad \cdots\cdots (20)$$

ili kraće:

$$\mathfrak{V}_a = g_a h_a \, [f_a] \quad \cdots\cdots (21)$$

Prema tome iz formule (5) na isti način, kao što su iz nje dobivene formule (8) i (10), izlaze formule

$$V = \frac{G_1 h_1}{\mathfrak{N}_1}[f_1] + \frac{G_2 h_2}{\mathfrak{N}_2}[f_2] + \cdots + \frac{G_x h_x}{\mathfrak{N}_x}[f_x] \quad \cdots\cdots (22)$$

$$\pm \varDelta_v = \pm \frac{G_1 h_1}{\mathfrak{N}_1}[\Delta_{f_1}] \pm \frac{G_2 h_2}{\mathfrak{N}_2}[\Delta_{f_2}] \pm \cdots \pm \frac{G_x h_x}{\mathfrak{N}_x}[\Delta_{f_x}] \quad \cdots\cdots (23)$$

u kojima su, kako vidimo, diferencije između pojedinih pretvorbenih faktora još veće nego pod (8) i (10).

2. Proporcionalno raspoređivanje.

a) Raspoređivanje prema brojevima stabala.

Na jednak način, kao što iz formule (10) izlazi formula (14), dobiva se iz formule (23) formula

$$\pm \varDelta_v = \frac{N}{\mathfrak{N}} \left\{ \pm g_1 h_1 [\Delta_{f_1}] \pm g_2 h_2 [\Delta_{f_2}] \pm \cdots \pm g_x h_x [\Delta_{f_x}] \right\} \quad \cdots\cdots (24)$$

I odovud se vidi, da primjena D r a u d t o v o g principa više pogoduje izjednačivanju pogrešaka u totalnoj sumi, nego primjena H o s s f e l d o v o g principa.

b) Raspoređivanje prema zbrojevima temeljnica.

Uvrsti li se i u formulu (23) na mjesto pojedinih različitih kvocijenata $\frac{G_a}{\mathfrak{N}_a}$ svuda konstantan Hartigov omjer $\frac{G}{\mathfrak{N}}$, onda ona prelazi u formulu

$$\pm\Delta_v = \frac{G}{\mathfrak{N}}\left\{\pm h_1\ [\Delta_{f_1}]\ \pm h_2\ [\Delta_{f_2}]\ \pm \cdots \pm h_x\ [\Delta_{fx}]\right\} \cdots \quad (25)$$

koja na isti način, kao što iz formule (16) izlazi formula (19), prelazi u formulu

$$\pm\Delta_v = \frac{G}{y}(\pm h_1 \Delta_{f_1} \pm h_2 \Delta_{f_2} \pm \cdots \pm h_y \Delta_{f_y}) \cdots\cdots \quad (26)$$

U slučaju primjene običnih primjernih stabala množe se dakle i kod Hartigovog principa pojedine direktne pogreške ili njihove sume sa raznim, izričito nejednakim pretvorbenim faktorima. Samo se ovdje pojedini ovakovi faktori razlikuju međusobno mnogo manje od faktora pod (24) i naročito pod (23). Oni k tome ne pretvaraju pojedine »direktne« pogreške (dotično njihove sume) izravno u sadržinske, dakle u pogreške kubne naravi, već tek u »indirektne« pogreške linearne naravi, koje se od odnošaja, što postoji među samim direktnim pogreškama, odalečuju mnogo manje, nego li je to slučaj sa indirektnim pogreškama kubne naravi.

c) Jedan novi princip proporcionalnog raspoređivanja.

Vidjesmo, da u slučaju upotrebe običnih primjernih stabala ni Hartigov princip raspodjeljivanja tih stabala ne iskorišćuje još kako treba one pogodnosti, što ih može da pruži njihovo raspoređivanje na što veći broj debljinskih skupina. Za što potpunije iskorišćenje tih pogodnosti potrebno je, da se obična primjerna stabla raspodijele na pojedine skupine u razmjerima

$$\frac{G_1h_1}{\mathfrak{N}_1} = \frac{G_2h_2}{\mathfrak{N}_2} = \cdots = \frac{G_xh_x}{\mathfrak{N}_x} = \frac{Gh}{\mathfrak{N}} \cdots\cdots \quad (27)$$

gdje h označuje visinu sastojinskog srednjeg stabla. Nakon toga prelazi naime formula (23), teorijski uzeto, u formulu

$$\pm\Delta_v = \frac{Gh}{\mathfrak{N}}\left\{\pm [\Delta_{f_1}] \pm [\Delta_{f_2}] \pm \cdots \pm [\Delta_{f_x}]\right\} \cdots\cdots \quad (28)$$

u kojoj se, kako vidimo, obične pogreške svih primjernih stabala u satojini zbrajaju same za sebe isto onako, kao što se po formuli (16) zbrajaju obično-visinske pogreške. Pod uslovima

$$G_1h_1 = G_2h_2 = \cdots = G_yh_y = \frac{Gh}{y} \cdots\cdots \quad (29)$$

$$\mathfrak{N}_1 = \mathfrak{N}_2 = \cdots = \mathfrak{N}_y = 1 \qquad (30)$$

prelazi formula (28) u jednostavniju formulu

$$\pm \Delta_v = \frac{Gh}{y} \left(\pm \Delta_{f_1} \pm \Delta_{f_2} \pm \cdots \pm \Delta_{f_y} \right) \qquad (31)$$

Radi toga, što se (slično kao pod IV. 2, b) izračunani brojevi primjernih stabala moraju da zaokružuju na cijele brojeve, ne da se naravski postići ni stroga jednakost pojedinih članova pod (27), slično kao — iz istih razloga zapravo — ni stroga jednakost pojedinih članova pod (29). Unatoč toga očevidno je, iz istih razloga kao i ranije, da raspodjelbeni princip sadržan pod (27), (29) i (30) svakako omogućuje znatno bolje ukidanje pogrešaka nego Hartigov, a pogotovo nego drugi koji princip pod V i naravski također pod IV.

Slična neizbježiva potreba zaokruživanja karakterizuje u ostalom i Neubauer-Tischendorfov princip raspoređivanja kao i uopće svaki princip proporcionalnog raspoređivanja, izuzev kadšto Urichovu modifikaciju Draudtova principa, koja ipak kao sastavni dio ovoga principa pokazuje u navedenom pogledu sve ovom principu svojstvene mane.

Formule (28) i (31) sliče u pogledu samog zbrajanja pogrešaka potpuno formulama (16) i (19). Razlikuju se od ovih tek u toliko, što pod (16) i (19), jer se tu zbrajaju pogreške u apsolutnom pogledu svakako veće od pogrešaka pod (28) i (31), mora i suma pogrešaka da bude apsolutno veća nego pod (28) i (31). No zato se pod (16) i (19) ta apsolutno veća suma množi sa apsolutno manjim pretvorbenim faktorom nego pod (28) i (31). Koja od tih dviju procedura bolje pogoduje konačnoj točnosti kubikacionog rezultata?

Jednostavnosti radi uzmimo u razmatranje samo formule (19) i (31), koje — kako vidimo — za svaku skupinu suponiraju tek po jedno primjerno stablo, te se jedino po tome (t. j. po jednostavnijoj konstrukciji) i razlikuju od formula (16) i (28).

Pretvorbeni faktor pod (31) jednak je h-strukom pretvorbenom faktoru pod (19). No natuknuo sam već, da je svaka oblično-visinska pogreška kojegod skupine a u apsolutnom pogledu uvijek i bezuvjetno veća od same pripadne oblične pogreške. Svaka je od njih dakle jednaka k_a-strukoj obličnoj pogreški, gdje je k_a faktor, kojim se oblična pogreška pretvara u oblično-visinsku pogrešku. Kao takav mora naravski taj faktor da predstavlja jednu linearnu (dužinsku) veličinu, jer je i oblično-visinska pogreška linearna veličina, dok je naprotiv oblična pogreška jednostavan relativan broj. Dakle je

$$\pm\Delta_{(hf)_a} = \pm k_a \Delta_{f_a} \quad \text{(32)}$$

otkud izlazi:

$$k_a = \frac{\pm\Delta_{(hf)_a}}{\pm\Delta_{f_a}} \quad \text{(33)}$$

Rastavi li se oblično-visinska pogreška u komponente, t. j.

$$\pm\Delta_{(hf)_a} = (h_a \pm \Delta_{h_a})(f_a \pm \Delta_{f_a}) - (hf)_a$$

$$= \pm h_a \Delta_{f_a} \pm f_a \Delta_{h_a} \pm \Delta_{f_a} \Delta_{h_a} \quad \text{(34)}$$

i uvrsti li se zatim u (33), dobiva se:

$$k_a = h_a \pm f_a \frac{\Delta_{h_a}}{\Delta_{f_a}} \pm \Delta_{h_a} \quad \text{(35)}$$

S obzirom na duplicitet predznaka i kod visinske i kod oblične pogreške moguća su za k_a s jednakom vjerojatnošću ova četiri iznosa:

1. za slučaj $(+\Delta_{h_a})$ i $(+\Delta_{f_a})$:

$$k_{a_1} = h_a + f_a \frac{\Delta_{h_a}}{\Delta_{f_a}} + \Delta_{h_a} \quad \text{(36)}$$

2. za slučaj $(+\Delta_{h_a})$ i $(-\Delta_{f_a})$:

$$k_{a_2} = h_a - f_a \frac{\Delta_{h_a}}{\Delta_{f_a}} + \Delta_{h_a} \quad \text{(37)}$$

3. za slučaj $(-\Delta_{h_a})$ i $(+\Delta_{f_a})$:

$$k_{a_3} = h_a - f_a \frac{\Delta_{h_a}}{\Delta_{f_a}} - \Delta_{h_a} \quad \text{(38)}$$

4. za slučaj $(-\Delta_{h_a})$ i $(-\Delta_{f_a})$:

$$k_{a_4} = h_a + f_a \frac{\Delta_{h_a}}{\Delta_{f_a}} - \Delta_{h_a} \quad \text{(39)}$$

Aritmetička sredina svih ovih četiriju jednako mogućih i jednako vjerojatnih iznosa za k_a daje:

$$k_a = h_a \quad \text{(40)}$$

Prema tome jednadžba (32) poprima oblik

$$\pm \Delta_{(hf)_a} = \pm\, h_a \Delta_{f_a} \quad \text{(41)}$$

Vidimo dakle, da je svaka oblično-visinska pogreška pod (19) prosječno jednaka h_a-strukoj obličnoj pogreški pod (31) i prema tome formula (19), uvrste li se u nju pojedini sa $a\,(= 1, 2, \ldots y)$ označeni izrazi pod (41), prelazi točno u formulu (26), koja je s obzirom na mogućnost izjednačivanja pogrešaka u totalnoj sumi svakako inferiornija od formule (31). Isto vrijedi i za odnošaj između formula (25) i (28). I ta inferiornost dolazi do to jačeg izražaja, što je veća razlika između h_1 i h_y, t. j. što je — pod inače jednakim okolnostima — obrazovano u sastojini više debljinskih skupina.

VI. ZAKLJUČNA RAZMATRANJA.

Prednji izvodi pokazuju jasno, da raspoređivanje primjernih stabala prema principu sadržanom u jednadžbama (27), (29) i (30), dakle prema zbrojevima sadržina osnovnih valjaka, pogoduje svakako više konačnoj točnosti kubisanja sastojine nego raspoređivanje prema zbrojevima temeljnica ili čak kakovo drugo raspoređivanje. Ovaj novi princip raspoređivanja nije, kako vidimo, sasvim identičan sa principom raspoređivanja prema skupinskim drvnim sadržinama, ali mu je sličan. No dok je raspoređivanje prema zbiljnim skupinskim sadržinama sasvim neizvedivo, a prema sadržinama dobivenim s pomoću napomenutih tabela u najmanju ruku skopčano s izvjesnim kontradikcijama, dade se raspoređivanje prema ovom novom principu izvesti bez poteškoća i načelnih prigovora.

Čak nije u tu svrhu potrebno ni da se uvlači u račun visina srednjeg stabla za cijelu sastojinu (h), kako to inače traže jednadžbe (27) i (29), jer se ista svrha dade postići i bez upotrebe napomenute visine, koja se — kako znamo —

po nijednoj metodi ni formuli ne da utvrditi sasvim besprikorno. Tako npr. može da se iz jednadžbe (27) *jednostavno ispusti* zadnji njezin član, koji sadrži visinu *sastojinskog* srednjeg stabla, pak da se brojevi primjernih stabala za pojedine skupine računaju prema unaprijed suponiranom broju primjernih stabala u *prvoj ili kojojgod drugoj* skupini. Sve ove skupine mogu, kako se razumije samo po sebi, da imaju i karakter *čisto primarni* (stepenski), u kojem se slučaju pojedine visine pod (27) jednostavno očitavaju iz visinske krivulje. Samo je u tom slučaju potrebno, da debljinski stepeni ne budu preuski, jer bi inače — pri supoziciji jednog primjernog stabla u prvom stepenu — nastupila potreba *nepoželjno velikog* broja primjernih stabala u ostalim stepenima i cijeloj sastojini.

Na sličan način može da se i u jednadžbi (29) jednostavno ispusti zadnji član, koji sadrži visinu *sastojinskog* srednjeg stabla, pa da se uloga sravnidbene veličine poda zbroju valjčanih sadržina za *prvu ili zadnju* skupinu (primarnu ili sekundarnu). Kao posljedica ovakove operacije mora međutim u pravilu da se zbude to, da jedna (zadnja) od skupina nastalih *pregrupisavanjem* prvobitnih skupina (u cilju postignuća jednakosti u zbrojevima valjčanih sadržina) dobije *bitno manji* zbroj valjčanih sadržina od ostalih skupina, pa da se prema tome tretira eventualno zasebice od ostalih. No praktičnoj izvedbi cijeloga principa ne može to da smeta ništa.

Kako vidjesmo, izlučenje srednjih temeljnica iz zbrojeva pod (6) i (7) imalo je za posljedicu sastojinsko-kubikacionu formulu (8), a iz nje s obzirom na jednadžbe (2) i (11) slijedi kubikaciona formula

$$V = \frac{N}{\mathfrak{N}} \left\{ g_1 [(hf)_1] + g_2 [(hf)_2] + \cdots + g_x [(hf)_x] \right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (42)$$

S obzirom na jednadžbu (15) izlazi iz (8) također formula

$$V = \frac{G}{\mathfrak{N}} \left\{ [(hf)_1] + [(hf)_2] + \cdots + [(hf)_x] \right\} \quad \ldots\ldots\ldots (43)$$

a s obzirom na jednadžbu (17) i uz uslov, da svaka skupina dobije tek po jedno primjerno stablo, također formula

$$V = \frac{G}{y} \left\{ (hf)_1 + (hf)_2 + \cdots + (hf)_y \right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (44)$$

S druge strane opet izlučenje produkata od srednjih temeljnica i srednjih visina iz zbrojeva pod (20) i (21) imalo je za posljedicu sastojinsko-kubikacionu formulu (22). Iz nje s obzirom na jednadžbe (2) i (11) izlazi daljnja kubikaciona formula

$$V = \frac{N}{\mathfrak{N}} \left\{ g_1 h_1 \; [f_1] + g_2 h_2 \; [f_2] + \cdots + g_x h_x \; [f_x] \right\} \cdots (45)$$

Uz iste uslove, uz koje je došlo do formula (43) i (44), izlaze iz formule (22) također formule

$$V = \frac{G}{\mathfrak{N}} \left\{ h_1 \; [f_1] + h_2 \; [f_2] + \cdots + h_x \; [f_x] \right\} \cdots\cdots (46)$$

$$V = \frac{G}{y} \left(h_1 f_1 + h_2 f_2 + \cdots + h_y f_y \right) \cdots\cdots\cdots (47)$$

a s obzirom na jednadžbe (27), (29) i (30) također formule

$$V = \frac{Gh}{\mathfrak{N}} \left\{ [f_1] + [f_2] + \cdots + [f_x] \right\} \cdots\cdots\cdots (48)$$

$$V = \frac{Gh}{y} \left(f_1 + f_2 + \cdots + f_y \right) \cdots\cdots\cdots (49)$$

Formule (8) i (42) do (44) važe, kako to jasno pokazuje njihov postanak, za slučaj upotrebe o b l i č n o - v i s i n s k i h primjernih stabala, a formule (22) i (45) do (49) za slučaj upotrebe o b l i č n i h primjernih stabala. Formula (47) slična je formuli (44), ali iz lako shvatljivih razloga nije s njome identična.

Obje ove grupe formula dadu se upotrijebiti i za računanje sadržina, što otpadaju na pojedine sortimente, a zadnje dvije formule dadu se, kako vidjesmo malo prije, adaptirati i za slučaj, da ne želimo imati posla sa visinom s a s t o j i n s k o g srednjeg stabla. Računanje sortimenata po kojojgod od gornjih formula može naravski da bude tek i n d i r e k t n o — onakovo po prilici, kakovo se u mojoj »Dendrometriji« nalazi na strani 254., što međutim praktičnoj provedbi računanja ne smeta ništa.

Formule (8) i (42) do (44) pokazuju sasvim očito, da se na o b l i č n o - v i s i n s k i m primjernim stablima imaju (u slučaju nerazlučivanja sortimenata) da što točnije utvrde t e k p r o s j e č n e o b l i k o - v i s i n e pojedinih skupina, jer su ostali faktori sastojinske drvne mase, što ih sadrže te formule [brojevi stabala i srednje skupinske temeljnice prema formuli (42) dotično brojevi stabala i zbrojevi temeljnica prema formulama (8), (43), (44)] d a d e n i v e ć na osnovi podataka, za kojih utvrđenje nikako nije potrebna izmjera primjernih stabala.

Isto tako formule (22) i (45) do (49) pokazuju na jednak način, da se na o b l i č n i m primjernim stablima imaju u spomenutom slučaju da što točnije utvrde t e k p r o s j e č n i o b l i č n i b r o j e v i pojedinih skupina, jer su i prema ovim formulama svi ostali faktori sastojinske drvne mase d a d e n i v e ć na osnovi operacija, koje se nikako ne izvode na obličnim primjernim stablima.

Poznato je, da stablo srednje skupinske o b l i k o - v i s i n e ne mora baš točno da ima i d e b l j i n u (temeljnicu) sadržinski srednjeg stabla dotične skupine, baš kao što ni stablo srednje skupinske debljine (temeljnice) ne mora točno da ima i obliko-visinu sadržinski srednjeg stabla. Isto tako ni stablo srednjeg skupinskog o b l i č n o g b r o j a ne mora baš točno da ima također d e b l j i n u i v i s i n u srednjeg skupinskog stabla, kao što ni stablo srednje debljine i visine ne mora točno da ima i oblični broj sadržinski srednjeg stabla.

No pa gornje formule nikako ni ne zahtijevaju, da se obličnovisinska dot. oblična primjerna stabla podudaraju u pogledu debljina dot. debljina i visina b a š t o č n o sa sadržinski srednjim stablima, jer one — kako vidjesmo — niti ne zahtijevaju, da debljine dot. i visine upotrijebljenih obličnovisinskih dot. obličnih primjernih stabala uopće uđu u račun sastojinske drvne mase. Prema tome pri upotrebi gornjih ili njima analognih formula nisu uopće potrebne ni ranije pretpostavke, prema kojima bi svako obličnovisinsko dot. oblično primjerno stablo pojedine skupine trebalo da ima t o č n o debljinu dot. i visinu sadržinski srednjeg stabla svoje skupine.

Dovoljno je dakle pod navedenim uslovom, ako se obličnovisinska dot. oblična primjerna stabla tek više ili manje p r i b l i ž n o podudaraju u pogledu navedenih faktora sa sadržinski srednjim stablima, pa se prema tome pri izboru ovakovih primjernih stabala može glavna pažnja da svrati na njihovu reprezentativnost u pogledu obliko-visine dot. samog obličnog broja. Ovdje se pak dobre strane o b l i č n i h primjernih stabala prema onima o b l i č n o - v i s i n s k i h primjernih stabala ističu još u jačoj mjeri, jer je i valjan njihov izbor znatno lakši od valjanog izbora obličnovisinskih primjernih stabala. Lakše je naime dobro uzeti na oko j e d n u komponentu drvne mase, nego njih dvije.

Konačno moram da napomenem, da je formulu (44) izveo već K u n z e[18], [19]), a između ostalih da s obzirom na rezultate pod V pripisujem važnosti samo formulama (22), (48) i (49).

VII. LITERATURA

1) Maletić: Premer šumskih sastojina pomoću slobodno izabranih predstavnika (Cubage des peuplements au moyen des tiges-modèles choisis librement), Šumarski List 1930, pag. 456, 457, 487.
2) Speidel: Beiträge zu den Wuchsgesetzen des Hochwaldes, Tübingen 1893, pag. 6—21.
3 Kopezky: Über Bestandesmassenaufnahmen im Urwalde. Centralblatt für das gesamte Forstwesen 1895, pag. 520—526.
4) Kopezky: Neue Verfahren der Bestandesmassenermittlung, Centralblatt für das gesamte Forstwesen 1899, pag. 472—473.
5) Károlyi: Beiträge zur Theorie und Praxis des Massenkurvenverfahrens, Oesterreichische Vierteljahresschrift für Forstwesen 1906, pag. 343—344.
6) Schwappach: Leitfaden der Holzmesskunde, 2. Auflage, Berlin 1903, pag. 81; 3. Aufl., Berlin 1923, pag. 65.
7) Lorey: Das Draudt'sche Verfahren, Allgemeine Forst- und Jagdzeitung 1894, pag. 305.
8) Draudt: Ermittelung der Holzmassen, Allgemeine Forst- und Jagdzeitung 1857, pag. 123.
9) Urich: Ermittelung der Holzmassen, Allgem. Forst- und Jagdzeitung 1862, pag. 77, 78.
10) Urich: Über Probestammsysteme, Zeitschrift für Forst- und Jagdwesen 1881, pag. 403, 404.
11) Levaković: O točnosti i praktičnosti raznih metoda za kubisanje sastojina, Šumarski List 1920, pag. 273.
12) Levaković: Dendrometrija, Zagreb 1922, pag. 234.
13) Levaković: Die Bestandesmassenaufnahme mittels Probestämmen, Wien-Leipzig 1922, pag. 64.
14) Guttenberg: Holzmesskunde (Lorey's Handbuch der Forstwissenschaft, dritte von Ch. Wagner herausgeg. Aufl., Tübingen 1912), 3. Band, pag. 234—235.
15) Neubauer: Die Bestandesaufnahme nach dem Verfahren des Massenmittelstammes und nach Stammklassen gleicher Masse, Centralbl. für das ges. Forstw. 1924, pag. 30; 1925, pag. 1, 90.
16) Tischendorf: Die Genauigkeit von Messungsmethoden und Messungergebnissen bei Holzmassenermittlungen, Forstwissenschaftliches Centralblatt 1925, pag. 507—514.
17) Tischendorf: Lehrbuch der Holzmassenermittlung, Berlin 1927, pag. 120—128.
18) Kunze: Eine bemerkenswerte Eigenschaft der Robert Hartig'schen Methode der Bestandesmassenaufnahme, Tharandter forstliches Jahrbuch 1886, pag. 5.
19) Kunze: Anleitung zur Aufnahme des Holzgehaltes der Waldbestände, 3. Aufl., Berlin 1916, pag. 43.
20) Maletić: Premer šumskih sastojina — Šum. List 1931, pag. 366.

VIII. ZUSAMMENFASSUNG.

I. Handelt es sich um die Holzmassenermittlung eines ganzen Bestandes, so führt der erste Gedanke daraufhin, einen Massenmittelstamm darin auszusuchen und die Bestandesmasse nach dessen möglichst genau erhobenem Inhalte zu berechnen. Leider kann nun dieser verlockende Gedanke nur Gedanke bleiben, ohne Aussicht auf Realisierung, da man bekanntlich einen wahren Massenmittelstamm nur ganz zufälligerweise oder gar nicht im Bestande treffen kann. Dieser Umstand zwingt uns nun, vom bekannten Gesetze der mehr oder weniger zustandekommenden Ausgleichung »zufälliger« Fehler Gebrauch zu machen und demzufolge den vermeintlichen Mittelstamm auf Grund seiner im voraus ermittelten Stärke oder auch Höhe in mehreren Exemplaren auszusuchen — in der Erwartung natürlich, dass sich die bei der Mittelstamm-Auswahl zustandekommenden und in Massenfehler übergehenden Formhöhen- oder Formzahlfehler mehr oder weniger ausgleichen werden.

Was nun doch die Anzahl solcher vermeintlicher Mittelstämme anbelangt, so ist derselben eine gewisse, bald (unter Umständen sogar sehr bald) zu erreichende Grenze gegeben, die uns oftmals zwingt, die Probestammwahl auf eine grössere Anzahl von Stärkeklassen oder sogar auf alle bei der Kluppierung erhaltenen Stärkestufen auszudehnen. So handelt es sich also oftmals um Benützung von praesumptiven Klassen- oder sogar Stufenmittelstämmen, deren Formhöhen- oder Formzahldifferenzen gegenüber den wahren Mittelstämmen der betreffenden Stammgruppen teilweise schon innerhalb derselben Stammgruppen und teilweise in der Summe aller Gruppenmassen möglichst ausgeglichen werden sollen.

Die Auswahl solcher Probestämme, die eigentlich alle als Mittelstämme charakterisiebar sind, ist bekanntlich mit Schwierigkeiten verbunden, da man nicht leicht Bäume herausfinden kann, die mit den für sie geforderten Dimensionen ganz übereinstimmen. Die ganze Arbeit ist auch sehr zeitraubend und man kam daher auch auf die Idee, die Probestämme freizuwählen (d. h. unbeachtet ihrer Dimensionen) und ihre Massen graphisch auszugleichen. Nur die augenscheinlich abnormen Bäume werden dabei ausser Acht gelassen und behufs möglichster Ausgleichung trachtet man auch, die Gesamtheit der Probestämme möglichst gleichmässig auf alle im Bestande vorkommenden Stärkestufen zu verteilen. Maletić schlug sogar zu diesem Behufe unlängst vor,[1]) entweder jeden n^{ten} Baum überhaupt oder alle sich in einer bezw. mehreren geraden Linien befindenden Bäume zu Probestämmen zu machen.

Die Bestandesmassenermittlung auf Grund graphisch ausgeglichener Einzelmassen solcher freigewählter Probestämme ist allerdings einfacher und führt rascher zum Ziele als die Bestandeskubierung auf Grund der Aufnahme von Probestämmen als Klassen- oder Stufenmittelstämmen. Sie hat jedoch gegenüber dieser Kubierungsweise auch einige Nachteile, die gar oft und ganz ausdrücklich zu Gunsten dieser letzteren sprechen. Der Hauptmangel freigewählter Probestämme besteht darin, dass sie in bezug auf die Höhe und Vollholzigkeit (Formzahl) zum guten Teile nur recht wenig, etliche sogar fast gar nicht repraesentationsfähig sind und muss dieser Mangel namentlich den von Maletić vorgeschlagenen Probestämmen zur Last hinzugeschrieben werden.

Die oft grosse und unregelmässige Streuung der Massen freigewählter Probestämme um eine gewisse vermutlich mittlere Kurvenrichtung herum kann den Konstrukteur bezüglich der richtigen Kurventrassierung vielfach in Verlegenheit bringen und erklären sich auch eben dadurch die im Laufe der Zeit aufgetauchten und eine Erleichterung der gesagten Trassierung bezweckenden Vorschläge [Speidel[2]), Kopezky[3]), [4]), Károly[5])], die alle jedoch einer innigen und tadellosen Begründung durchaus entbehren. Behufs Erlangung eines gleich genauen Bestandeskubierungsresultates müssen daher unter sonst gleichen Umständen die freigewählten Probestämme, namentlich jene nach Maletić's Vorschlag, in einer entschieden grösseren Anzahl zur Benutzung kommen, als es bezüglich der Probestämme als beiläufiger Mittelstämme notwendig ist. Diese freigewählten »Massen«-Probestämme bleiben weiterhin ausserhalb des Rahmens der vorliegenden Studie.

Bekanntlich gibt es nun noch eine Gattung freigewählter Probestämme. Es sind die sogenannten Höhenprobestämme, die auf gleiche Weise als

[1]) Siehe Nr 1 des Literaturverzeichnisses.

Basis für die Ermittlung der Stufen-Durchschnitts h ö h e n dienen. Diese Probestämme, grundsätzlich stehend gemessen, können nun eben aus diesem Grunde in einer viel grösseren Anzahl gemessen werden, als es bezüglich freigewählter M a s s e n-Probestämme möglich ist. Ausserdem ist auch ihr Zweck selbst ein wesentlich enggefassterer als jener der freigewählten Massenprobestämme, was nun natürlich mitbestimmend ist (neben noch einigen anderen Gründen) für die Tatsache, dass die Stufen-Durchschnitts h ö h e n sowohl graphisch als auch rechnerisch (nach der Methode der kleinsten Quadrate) viel sicherer ermittelt werden können als die Stufen- Durchschnittsm a s s e n.

Auch die Höhenprobestämme sollen im Verlaufe dieser Studie ganz ausser Acht gelassen werden, indem einfach fehlerfreie Stufen-Durchschnittshöhen zur Voraussetzung kommen, und zwar ganz berechtigterweise, da es sich hier lediglich um die Bestandeskubierungsgenauigkeit als eine Folge der Verwendung vermutlich mittlerer M a s s e n-Probestämme handelt. Nun aber können auch diese Probestämme in zwei spezielle Kategorien eingeteilt werden. Sie können nämlich, wie schon oben gesagt, entweder bloss auf Grund der für sie im vorhinein bestimmten Grundstärke zur Wahl kommen oder auch noch auf Grund der für sie ebenfalls im vorhinein bestimmten Höhe. Im ersten Falle sollen die zur Wahl kommenden Individuen als Proben möglichst mittlerer F o r m h ö h e n dienen und kann man sie daher auch als F o r m h ö h e n-Probestämme bezeichnen. Im zweiten Falle dagegen kommt den in Frage kommenden Bäumen, nachdem sie sich bezüglich Stärke und Höhe bereits als passend erwiesen haben, nur noch die Aufgabe zu, als Proben möglichst mittlerer F o r m e n b e z w. F o r m z a h l e n zu dienen und können daher auch als F o r m z a h l-Probestämme (Formprobe stämme) bezeichnet werden.

Neben freigewählten Probestämmen waren bis unlängst nur die Formhöhen-Probestämme Gegenstand dendrometrischer Betrachtungen und erst im letzten Dezennium kam man zur Überzeugung, dass die Formzahl-Probestämme imstande sind, der Bestandeskubierungsgenauigkeit bessere Dienste zu leisten, als es bezüglich der Formhöhen-Probestämme gesagt werden kann. Die vorliegende Studie befasst sich mit beiden diesen Probestammgattungen und das in Sicht genommene Problem bezieht sich auf die Frage, wie sollen denn die Probestämme auf einzelne Gruppen verteilt werden, damit sich ihre Abweichungen von den w a h r e n Gruppenmittelstämmen möglichst ausgleichen.

II. Die Frage der vorteilhaftesten Probestammverteilung reicht bis zu den ersten Anfängen der Holzmesskunde zurück. Während H o s s f e l d (1812) noch als Anhänger der b e l i e b i g e n Probestammverteilung gilt[6], stellt v. L ö w i s[7]) schon zwei Jahre nach ihm dasselbe Probestamm-Verteilungsprinzip auf, welches später in seinen Hauptgrundsätzen von D r a u d t[8]) ausgebildet wurde und nunmehr allgemein als Draudt'sches Prinzip bekannt ist. Nach demselben verteilt man die Probestämme proportionell zu Gruppen-S t a m m z a h l e n, also in einem l i n e a r e n Verhältnisse. U r i c h[9]), [10]) verbesserte nun bekanntlich das Draudt'sche Prinzip, indem er zeigte, dass die Proportionalität zwischen Gesamtstammzahl und Probestammzahl oftmals ganz streng erreicht werden kann, wenn man die Stammklassen derart bildet, damit jede derselben ausser gleicher Probestammzahl auch noch je eine gleiche Gesamtstammzahl erhalte. Demgegenüber stellte R o b. H a r t i g ein der Urich'schen Modifikation des Draudt'schen Prinzipes — der äusseren Form nach — ganz ähnliches, in Wirklichkeit jedoch ganz verschiedenes Verteilungsprinzip auf, jenes nach annähernd gleichen G r u n d f l ä c h e n s u m m e n. Annähernd gleiche Grundflächensummen sind es lediglich insoferne, als man bekanntlich nur ganze Bäume aus einer Stammklasse in die andere verschieben kann. Sonst kann der Gleichheitsgrad zwischen solchen Hartig'schen Stammklassen als ein der Hauptsache nach ganz befriedigender bezeichnet werden. Verfasser führte seinerzeit[11], [12], [13]) dieses Härtig'sche, eigentlich quadratische Proportionalitätsprinzip auch in einer freieren Form vor, die der originellen Hartig'schen an Genauigkeit selbstverständlich etwas nachsteht.

Mit der Aufstellung des Grundsatzes proportioneller Probestammverteilung bezweckte man (mehr oder weniger bewusst) eine Schaffung von Vorbedingungen für das Zustandekommen einer möglichst guten Ausgleichung der zwischen einzelnen Probestämmen und wahren Klassenmittelstämmen gewiss bestehenden Differenzen. Dies erhoffte man zu erreichen entweder in der Summe aller Probestamm massen (Draudt) oder in der Summe aller Stammklassenmassen (Hartig). Das Hartig'sche Prinzip verschaffte sich dabei dem Draudt'schen gegenüber eine mit der Zeit beständig wachsende Anhängerschaft und einer seiner Hauptbefürworter, neben Hartig selbst, war Guttenberg[14]). Seine Überzeugung von der Überlegenheit des Hartig'schen Prinzipes verstand Guttenberg sehr anschaulich an einem Beispiele darzulegen und gipfelte diese seine Überzeugung im Ausspruche, dass die Wahrscheinlichkeit einer Ausgleichung der durch die Wahl nur eines oder weniger Probestämme für jede Klasse verursachten Fehler »offenbar nur dann gegeben ist, wenn jeder Modellstamm annähernd einen gleichen Anteil der Gesamtbestandesmasse repraesentiert«.

Verfasser überprüfte nun seinerzeit, ebenfalls an einem Beispiele, sowohl das Draudt'sche Prinzip im allgemeinen als auch speziell diesen erweiterten Standpunkt Guttenbergs und gelangte zu einer ähnlichen, nicht jedoch so exclusivistischen Stellungnahme. Verfassers Erwägungen führten nämlich dazu, dass man — ganz theoretisch genommen — den maximalerreichbaren Genauigkeitsgrad des Gesamtresultates allerdings mit dem grössten Grade der mathematischen Hoffnung, nicht jedoch auch ausschliesslich von einer Probestammverteilung nach Massgabe der Klassen-Massen erwarten kann und darf. In Anbetracht der grundsätzlichen Unmöglichkeit einer solchen Probestammverteilung jedoch (aus von selbst sich ergebenden Gründen) erklärte sich nun auch Verfasser schliesslich zugunsten des Hartig'schen Verteilungsprinzipes als des diesem Verteilungsprinzipe nach Klassenmassen am nächsten stehenden.

Bald darauf erklärt sich Neubauer fast ausschliesslich für dieses Verteilungsprinzip nach Klassenmassen (ohne irgendwelche ausdrückliche Argumentation jedoch) und trachtet es sogar in die Tat zu überführen[15]). Eine Möglichkeit hierzu ersieht er nun in der vorläufigen, approximativen Bestandeskubierung mit Hilfe der abstrakten Probestämme, d. h. der für jede vorliegende Stärkestufe einer Massentafel entnommenen Einzelbaummassen. Auf Grund dieses provisorischen Kubierungsresultates wäre nunmehr der Bestand in eine gewisse (beliebige) Anzahl von Stammklassen gleicher Massen einzuteilen (ähnlich wie bei der Bildung der Hartig'schen Klassen gleicher Grundflächensummen), deren jede einen konkreten Probestamm erhält. Nach Liegendkubierung dieser Probestämme solle man schliesslich das vorläufige (approximative) Bestandeskubierungsresultat einer speziellen Korrektur unterziehen auf Grund einer Formel, die neben dieser provisorischen Bestandesmasse auch noch Einzelstammmassen sowohl konkreter als auch abstrakter Probestämme enthält.

Tischendorf[16]),[17]) beurteilt als erster das Problem der vorteilhaftesten Probestammverteilung auf mathematischer Basis. Doch können auch seine Ausführungen noch gar nicht als exakt bezeichnet werden, da er hierbei mit gewissen ausdrücklich aproximativen Kürzungen und mit gewissen nicht ganz passenden Voraussetzungen arbeitet. Seinem ersten diesbezüglichen Resultate gemäss[16]) verteilt man die Probestämme proportionell den Quotienten aus Klassenmassen als Zählern und Klassen-Mittelstammstärken als Nennern. Also wiederum eine gewisse Art quadratischer Proportionalität (indem die betreffenden Zähler kubische und Nenner lineare Grössen sind) und nähert sich dadurch dieses erste Tischendorf'sche Resultat am meisten dem Hartig'schen Prinzipe.

Sein zweites diesbezügliches Resultat[17]) ist ebenfalls, wie er es selbst ausdrücklich hervorhebt, nur aproximativ. Nach diesem zweiten Gesetze verteilt man die Probestämme in der Proportion der Klassenmassen, die nicht einander gleich sein müssen. Behufs Anwendung dieses Verteilungsgesetzes kubiert indessen auch Tischendorf die einzelnen, nicht gleich massenreichen Stammklassen vorläufig mit Hilfe der Massentafeln und korrigiert darauf diese approximativen Klassenmassen auf Grund der an gefällten Probestämmen erhobenen konkreten Formzahlen.

III. Wie gesehen, behufs Probestammverteilung nach Massgabe der Klassen-Massen proponiert sowohl Neubauer als auch Tischendorf die vorläufige Bestandes - bzw. Klassenkubierung mittels Massentafeln, eine Kubierungsmethode, die von beiden in diesem Falle gegenüber der Kubierung mittels konkreter Probestämme grundsätzlich als minder genau bezeichnet wird, da sie sonst eine nachträgliche Korrektur der mittels Massentafeln erhaltenen Kubierungsresultate nicht als erwünscht betrachtet hätten. Dies ist nun eine entschiedene Schattenseite ihres ganzen Vorganges, denn es ist wenigstens sehr fraglich, ob das mittels Massentafeln erhaltene Kubierungsresultat, wenn es dem vermittelst konkreter Probestämme erhaltenen in Genauigkeit nachsteht, auch wirklich durch eine nachträgliche Operation betreffenden Stiles verbessert werden kann. (Vergleiche die nachfolgende Studie).

Indessen auch das Prinzip der Verteilung nach Klassen-Massen an und für sich selbst ist von Tischendorf nicht ganz zweifellos als das beste erwiesen worden, indem — wie gesagt — auch sein zweites Gesetz von ihm selbst nur als annähernd bezeichnet wird. Meiner seinerzeitigen auf einem Beispiele fussenden Argumentation fehlt anderseits der Allgemeinheitscharakter, indem darin die ganze Frage nur auf Grund eines und dazu beschränkten Fehlersystems ins Auge gefasst wird. Die Frage der vorteilhaftesten Probestammverteilung ist also noch immer offen und soll sich denn daher auch die vorliegende Studie möglichst eingreifend mit ihr beschäftigen.

Als Untersuchungsbasis werden auch hier, gleich wie in früheren meinen Schriften, die wahren bei der Probestammwahl begangenen Fehler dienen, während Tischendorf an beiden angegebenen Orten nur mit scheinbaren Fehlern operiert. Eine ganz zweckentsprechende und eigentlich selbstverständliche, im Wesen der Sache selbst liegende Voraussetzung wird hier gemacht werden, dass nähmlich bei der Wahl von Formzahlprobestämmen nur bezüglich der Formzahlen *(f)* und bei der Wahl von Formhöhenprobestämmen nur bezüglich der Formhöhen *(hf)* gefehlt wird, da die übrigen Eigenschaften der zu wählenden Probestämme mittels Messung geprüft werden und etwaigen diesbezüglichen Fehlern dementsprechend vorgebeugt werden kann. * Die einzelnen Formhöhen- bzw. Formzahlfehler können naturgemäss ohne nachträgliche Liegendkubierung des ganzen Bestandes nicht bekannt sein. Man weiss jedoch gewiss, dass diese direkten in der Probestammwahl begangenen Fehler eine andere Art von Fehlern zur Folge haben, indem sie nämlich im Sinne der bekannten Kubierungsformel $v = ghf$ eine Verwandlung erleiden, wodurch indirekte, d. h. Massen-Fehler entstehen, vorerst in bezug auf die durch Probestammaufnahme erhaltene quasidurchschnittliche Einzelstammmasse innerhalb der Stammklasse und dann

*) Wenigstens in meisten Fällen und bis zu einem noch genügenden Masse. Auch handelt es sich hier wohl nicht um andere Fehlerarten, als vielmehr lediglich um Formhöhen- bzw. Formzahlfehler, deren Einfluss auf das Bestandeskubierungsresultat und dessen grösstmögliche Herabsetzung.

in bezug auf die ganze Klassenmasse, indem der einzelne Massenfehler noch mit der Klassenstammzahl multipliziert wird.

Es frägt sich nun, bei welchen Probestammwahl-Fehlern eine bessere Ausgleichung zustande kommen kann, ob bei direkten oder bei indirekten?

Direkte Fehler entstehen alle unter gleichen Umständen, wenn alle Probestämme von ein und derselben Person, unter denselben äusseren Verhältnissen und mit gleicher Sorgfalt (strengster Objektivität natürlich) gewählt werden. Unter diesen Bedingungen müssen einzelne derselben (obzwar ungleich untereinander) positiv, andere negativ sein und wird ihnen diese Eigenschaft überhaupt von sämtlichen Fachleuten gegeben, die eine Probestammwahl in mehreren Exemplaren ins Auge fassen. Als beiläufig unter denselben Umständen entstanden, sind indessen die direkten Probestammwahlfehler der Hauptsache nach homogen und bilden demzufolge ein System gleichwertiger Fehler, innerhalb dessen sicherlich eine bessere Ausgleichung zustandekommen kann als innerhalb eines Systems heterogener Fehler, welche Eigenschaft die indirekten Probestammwahlfehler tragen, wenn sie durch ungleichmässige Verwandlung direkter Fehler entstehen.

Um sich die Ausgleichungsmöglichkeit einerseits zwischen homogenen und anderseits zwischen heterogenen Fehlern zu veranschaulichen, denke man sich vorerst ein System von x teils positiven und teils negativen Fehlern, deren Beträge sich z. B. zwischen 1 und 10 Zentimetern bewegen; ausserdem ein System von ebenfalls x Fehlern, die sich zur Hälfte zwischen denselben Grenzen, zur anderen Hälfte dagegen zwischen 1 und 10 Metern bewegen. In diesem zweiten Systeme spielen die Zentimeterfehler sozusagen keine Rolle und kann hier daher von der Wahrscheinlichkeit eines gleichen Ausgleichungsgrades, wie derselbe innerhalb des ersten Systems möglich ist, überhaupt keine Rede sein.

Bei der Prüfung verschiedener Probestamm-Verteilungsprinzipe soll also das Hauptaugenmerk darauf gerichtet werden, ob und inwieweit sie eine gleichmässige Verwandlung der Formhöhen - bzw. Formzahlfehler in Massenfehler ermöglichen und wie gross eventuell ist diesbezüglich die Ungleichheit zwischen verschiedenen Stammgruppen. Es soll nun hier vorerst eine diesbezügliche Prüfung des Hossfeldschen, des Draudtschen und des Hartigschen Prinzipes stattfinden und das in der Inhaltsangabe angedeutete neue Verteilungsprinzip ergibt sich dann von selbst und unmittelbar aus dieser Prüfung. Das Neubauer-Tischendorfsche Prinzip (nach provisorischen Klassenmassen) steht ausser dem Bereiche solcher Prüfungen, doch kann es, sowohl als das irrealisierbare Verteilungsprinzip nach wirklichen Klassenmassen, auf den Grad der Uebereinstimmung mit diesem neuen Prinzipe angeschätzt werden.

IV. 1. Bezeichnet man mit $N_1, N_2, \ldots N_x$ die Stammzahlen innerhalb einzelner Stammgruppen (Stärkestufen, Stärkeklassen); mit $\mathfrak{N}_1, \mathfrak{N}_2, \ldots \mathfrak{N}_x$ die Probestammzahlen; mit $\mathfrak{B}_1, \mathfrak{B}_2, \ldots \mathfrak{B}_x$ die gesamten Probestammmassen, so lautet bekanntlich die Hossfeld'sche Bestandesmassenformel, wie es oben unter (1) angegeben ist.

Alle Formhöhenprobestämme innerhalb der Stammgruppe sollen bekanntlich möglichst mittleren Grundflächenbetrag sämtlicher der Stammgruppe zugehöriger Bäume haben. Bezeichnet man also diese Grundfläche und folglich auch die als fehlerfrei betrachtete Probestammgrundfläche mit g_a (wo $a=1, 2, \ldots x$ ist), so hat man bekanntlich für die Summe sämtlicher Grundflächen in der Gruppe die Formel (2) und für die Summe aller Probestammgrundflächen innerhalb derselben Gruppe die Formel (3). Durch Dividierung beider Gleichungen erfolgt bekanntlich die Gleichung (4) und diese, in (1) eingesetzt, ergibt die ebenfalls bekannte Formel (5).

Da, wie gesagt, sämtliche Formhöhenprobestämme innerhalb der Gruppe a (sie sollen durch $I_a, II_a, \ldots \mathfrak{N}_a$ unterschieden werden) prinzipiell gleiche Grundflächen haben sollen, so gilt für die Summe ihrer Massen prinzipiell die Gleichung (6) oder kürzer ausgedrückt die Gleichung (7). Werden nun die hierdurch bezeichneten Massensummen, ebenso wie die unter (3) angegebenen Grundflächensummen nacheinander in (5) eingesetzt, so resultiert daraus nach entsprechenden Kürzungen die Bestandesmassenformel (8).

Da die Probestämme sicherlich mit Formhöhenfehlern $\pm \Delta_{(hf)_a}$ behaftet sind, so muss trotz fehlerfreier Verwandlungsfaktoren $\frac{G_a}{\mathfrak{N}_a}$ auch die Bestandesmasse mit einem Fehler $\pm\Delta_v$ behaftet sein und bezeichnet somit Gleichung (9) diese fehlerhafte Bestandesmasse, wo die Summen der Formhöhenfehler innerhalb einzelner Stammgruppen in ähnlicher kürzerer Form dargestellt sind wie die Formhöhen- Summen selbst. Gleichung (8) von (9) subtrahiert, ergibt sich für den durch fehlerhafte Probestammwahl verursachten Bestandesmassenfehler die Formel (10). Daraus ersieht man, dass bei der beliebigen Verteilung der Formhöhenprobestämme die einzelnen Formhöhenfehler und ihre Summen sehr ungleichmässig in Massenfehler verwandelt werden, welche Tatsache namentlich dann zum Vorscheine kommen muss, wenn jede Stammgrupe mit einer gleichen Anzahl von Probestämmen dotiert wird.

Das Hossfeld'sche Verteilungsprinzip nützt also nur ganz unvollständig die Vorteile aus, die uns die Verteilung einer gegebenen Anzahl von Probestämmen auf möglichst viele Stammgruppen gewähren soll.

IV. 2, a). Beim Draudt'schen Verteilungsprinzipe soll bekanntlich zwischen einzelnen Stammgruppen bezüglich der Stammzahlen und Probestammzahlen die Gleichung (11) bestehen, worin N die Stammzahl und $\mathfrak{N}$ die Probestammzahl des ganzen Bestandes angibt.

Werden die einzelnen Grundflächensummen in (10) durch Produkte unter (2) ausgedrückt und wird dann im Sinne von (11) überall das konstante Verhältnis $\frac{N}{\mathfrak{N}}$ eingesetzt, so folgt aus (10) die Formel (14), die ebenfalls eine sehr ungleichmässige Verwandlung der Formhöhenfehler in Massenfehler zur Schau bringt. Doch ermöglicht, wie man es leicht einsehen kann, das Draudt'sche Prinzip eine Fehlerausgleichung zwischen den Stammgruppen etwas besser als das Hossfeld'sche.

IV, 2, b) Nach dem Hartig'schen Verteilungsprinzipe soll bekanntlich (in der Theorie wenigstens) zwischen einzelnen Stammgruppen die Gleichung (15) bestehen, worin G die Bestandes-Grundflächensumme angibt. Mit Bezugnahme auf diese Gleichung geht Formel (10), theoretisch genommen, in (16) über, worin die einzelnen Formhöhenfehler und ihre Summen für sich allein summiert und demzufolge (vermittelst des vorgesetzten konstanten Verwandlungsfaktors) ganz gleichmässig in Massenfehler verwandelt werden.

Wegen der unausbleiblichen Auf- und Abrundung berechneter Probestammzahlen auf ganze Zahlen kann indessen die Gleichung (15) tatsächlich nie ganz streng verwirklicht werden. Nichtsdestoweniger kann man jedoch sagen, dass das Verteilungsprinzip (15) eine viel gleichmässigere Verwandlung der Formhöhenfehler ermöglicht als das Draudt'sche und namentlich das Hossfeld'sche Prinzip, da die lediglich durch Auf- und Abrundung von Brüchen hervorgerufene Nichtübereinstimmung der einzelnen unter (15) befindlichen Glieder verhältnissmässig weit unbedeutender ist als z. B. die Nichtübereinstimmung von g_1 und g_x unter (14).

Nach origineller Hartig'scher Proposition sollen bekanntlich, gemäss Gleichung (17), die durch Kluppierung entstandenen x Stärkestufen in y Stärkeklassen von annähernd gleichen Grundflächensummen und mit einer je gleichen Probestammzahl umgruppiert werden. Wenn dazu alle Stammklassen mit j e e i n e m Probestamm dotiert werden, so verwandelt sich die Formel (16) in (19), wo — wie ersichtlich — eine Fehlerausgleichung nur von Klasse zu Klasse stattfindet.

V, 1. Wie bekannt, von sämtlichen F o r m z a h l probestämmen einer Gruppe verlangt man prinzipiell eine Gleichheit sowohl in der Grundstärke als auch in der Höhe, die nämlich prinzipgemäss der Grundstärke und der Höhe des Gruppen-M i t t e l s t a m m e s gleich sein müssen. Angesichts dessen gilt für die Massensumme solcher Probestämme grundsätzlich die Gleichung (20) oder deren abgekürzte Form (21). So verwandelt sich nun die Formel (5), in gleicher Weise wie aus ihr die Formeln (8) und (10) entstanden sind, in die Formeln (22) und (23), wo — wie ersichtlich — die Differenzen zwischen einzelnen Verwandlungsfaktoren noch grösser sind als unter (8) und (10).

V, 2, a). In gleicher Weise wie aus (10) die Formel (14) entstanden ist, erfolgt aus (23) die Formel (24), woraus ebenfalls die Überlegenheit des Draudt'schen Prinzipes über dasjenige von Hossfeld ersichtlich ist.

V, 2, b) und c). Setzt man auch in (23) überall die konstante Hartig'sche Relation aus der Gleihung (15) ein, so erfolgt daraus die Formel (25), die ihrerseits in gleicher Weise, wie man von (16) zu (19) gelangte, in Formel (26) übergeht. Benutzt man also zu Bestandeskubierungszwecken F o r m z a h l probestämme, so nützt auch das Hartig'sche Verteilungsprinzip nicht schon mehr in erwünschtem Umfange die von einer Probestammverteilung auf mehrere Stammgruppen erforderlichen Vorteile aus. Man soll daher bezüglich der Probestammverteilung noch einen Schritt weiter gehen und dieselbe statt in Relationen (15), (17) und (18) tatsächlich in Relationen (27), (29) und (30) ausführen. Unter Beachtung der Gleichung (27), wo h die Höhe des Bestandesmittelstammes angibt, erhält man nämlich aus (23) die Formel (28) und daraus mit Rücksicht auf (29) und (30) die Formel (31).

Aus früher angegebenen Gründen (IV, 2, b) lässt sich natürlich auch die Übereinstimmung der einzelnen Glieder unter (27) und (29) nicht ganz streng erreichen. Trotzdem bleibt auch hier, uzw. aus denselben Gründen wie früher, die unbestreitbare Tatsache fest, dass das in (27), (29) und (30) enthaltene Verteilungsprinzip eine bedeutend bessere Fehlerausgleichung ermöglicht als irgend ein anderes Prinzip sowohl unter V als natürlich auch unter IV. Dieselbe unausbleibliche Auf- und Abrundungsnotwendigkeit charakterisiert übrigens auch das Neubauer-Tischendorf'sche Verteilungsprinzip und ü b e r h a u p t j e d e s P r i n z i p p r o p o r t i o n e l l e r P r o b e s t a m m v e r t e i l u n g mit alleiniger gelegentlicher Ausnahme der genannten Urich'schen Modifikation des Draudt'schen Prinzipes, die indessen (als im Rahmen dieses Prinzipes stehend) in Bezug auf den Grad der Ausgleichung der begangenen Probestammwahlfehler alle diesem Prinzipe eigenen Nachteile zeigt.

Formel (31) unterscheidet sich von Formel (19) dadurch, dass in (19) Form h ö h e n fehler einander addiert werden, also Fehler, die — absolut genommen — jedenfalls grösser sind als die Form z a h l fehler in (31). Folglich muss auch die eingeklammerte Summe in (19) jedenfalls grösser sein als die entsprechende Summe in (31). Dagegen wird hier die kleinere Fehlersumme mit einem h-mal grösseren Verwandlungsfaktor multipliziert als dort und es fragt sich nun, ob sich diese Differenz in Verwandlungsfaktoren mit der Differenz in Fehlersummen kompensiert oder nicht.

Der Form h ö h e nfehler irgend einer Gruppe a kann gemäss (32) als ein Produkt aus dem zugehörigen F o r m z a h l fehler und einem vorher noch unbekannten Multiplikationsfaktor k_a aufgefasst werden, woraus dann für diesen Faktor der vorderhand noch immer unbestimmte Betrag (33) resultiert. Wird nun gemäss (34) der Form h ö h e n fehler in seine Komponenten zerlegt und darauf in (33) eingesetzt, so resultiert für den gesagten Multiplikationsfaktor der schon etwas bestimmtere Ausdruck (35). Mit Rücksicht auf die Vorzeichen-Duplizität sowohl beim Höhen- als auch beim Formzahlfehler sind für k_a vier gleich wahrscheinliche Beträge möglich, uzw.

1. im Falle beider positiver Vorzeichen: der Betrag (36);
2. im Falle eines positiven Höhen- und eines negativen Formzahlfehlers: der Betrag (37);
3. im entgegengesetzten Falle: der Betrag (38);
4. im Falle beider negativer Vorzeichen: der Betrag (39).

Das arithmetische Mittel aller dieser vier gleich möglichen Beträge ergibt nun den bestimmten Betrag unter (40) und gilt folglich, mit Rücksicht auf (32), für die Relation zwischen dem Form h ö h e n- und dem Form z a h l fehler die Gleichung (41). Man sieht also, dass jeder Formh ö h e n fehler in (19) durchschnittlich gleich ist dem h_u-fachen Formz a h l fehler in (31). Demgemäss verwandelt sich nun die Formel (19), wenn man in sie die einzeln möglichen Beträge unter (41) einsetzt, genau in die Formel (26), die nun aber — wie gesehen — in der Möglichkeit einer Fehlerausgleichung jedenfalls und wesentlich der Formel (31) nachsteht. Und ihre diesbezügliche Minderwertigkeit kommt umsomehr zum Vorschein, ein je grösserer Unterschied zwischen der Mittelhöhe der stärksten und derjenigen der schwächsten Stammgruppe besteht — oder mit anderen Worten — je mehr, unter sonst gleichen Umständen, Stammgruppen im Bestande gebildet werden.

VI. Die obigen Ausführungen zeigen zur Genüge, dass die Probestammverteilung nach dem in den Gleichungen (27), (29) und (30) enthaltenen Prinzipe, d. h. nach Massgabe der W a l z e n i n h a l t s - S u m m e n, jedenfalls mehr die Bestandeskubierungsgenaugkeit begünstigt als die Verteilung nach Massgabe der G r u n d f l ä c h e n s u m m e n oder sogar nach Massgabe der Stammzahlen. Dieses neue Verteilungs prinzip ist, wie ersichtlich, nicht ganz identisch mit dem Prinzipe der Verteilung nach K l a s s e n m a s s e n, ist ihm jedoch ähnlich. Während indessen, wie gesagt, die Verteilung nach w i r k l i c h e n Massen irrealisierbar und die Verteilung nach den aus M a s s e n t a f e l n erhaltenen Klassenmassen zum mindesten mit gewissen prinzipiellen Gegensätzen verbunden ist, geht die Verteilung nach diesem neuen Prinzipe schwierigkeitslos und prinzipiell einwandfrei von statten.

Es ist sogar zu diesem Behufe nicht gar notwendig, die B e s t a n d e smittelstammhöhe (h) in die Rechnung einzubeziehen, wie dies sonst von den Gleichungen (27) und (29) verlangt wird, da das gewünschte Ziel auch ohne Einbeziehen derselben erreicht werden kann. So kann z. B. das letzte, die Bestandesmittelstammhöhe enthaltende Glied der Gleichung (27) einfach weggelassen werden und die Probestammzahlen einzelner Stammgruppen n a c h d e r f ü r d i e e r s t e o d e r i r g e n d e i n e a n d e r e S t a m m g r u p p e im vorhinein festgesetzten Probestammzahl berechnet werden. Alle diese Stammgruppen können selbstverständlich — je nach Umständen und Bedürfnissen — auch den rein primären, d. h. Stufencharakter behalten, in welchem Falle die in (27) enthaltenen Höhen einfach der Höhenkurve entnommen werden. Nur dürfen in diesem Falle die Stärkestufen nicht zu eng sein, da sonst — bei Supposition eines Probestammes für die erste Stufe — die Notwendigkeit einer unerwünscht grossen Gesamt-Probestammzahl unausbleiblich wäre.

Auf gleiche Weise kann ebensowohl in der Gleichung (29) das letzte, die Bestandesmittelstammhöhe enthaltende Glied weggelassen und die Vergleichungs-bzw. Massstabrolle auf die Walzeninhaltsumme der ersten oder der letzten Stammgruppe übertragen werden, die natürlich ebenfalls sowohl sekundären als auch primären Charakter haben kann. Nur müsste naturgemäss eine solche Operation eine gewisse, übrigens weder von praktischer noch von theoretischer Seite schädlich wirkende Folge nach sich ziehen. Eine der durch Umgruppierung — behufs Erlangung gleicher Walzeninhaltsummen — entstandenen Stammgruppen sollte nämlich in der Regel eine wesentlich oder auch viel kleinere Walzeninhaltssumme erhalten und müsste dann eventuell für sich allein weiterhin behandelt werden.

Wie gesehen, durch die Ausscheidung mittlerer Grundflächen aus den Summen unter (6) und (7) erfolgte die Bestandesmassenformel (8). Mit Rücksicht auf die Gleichungen (2) und (11) folgt aus ihr die Formel (42), mit Rücksicht auf (15) die Formel (43), weiterhin mit Rücksicht auf (17) und unter Annahme nur je eines Klassenprobestammes die Formell (44).

Anderseits durch die Ausscheidung mittlerer Walzeninhalte $(g_a h_a)$ aus den Summen unter (20) und (21) erfolgte die Bestandesmassenformel (22). Mit Rücksicht auf (2) und (11) folgt aus ihr die Formel (45). Unter denselben Bedingungen, unter welchen die Formeln (43) und (44) entstanden, folgen aus (22) weiterhin die Formeln (46) und (47), zuletzt mit Rücksicht auf (27), (29) und (30) die Formeln (48) und (49).

Die Formeln (8) und (42) bis (44) gelten, wie dies aus ihrer Entstehung hervorgeht, für den Fall, dass Formh ö h e n probestämme zur Anwendung kommen, die Formeln (22) und (45) bis (49) dagegen für den Fall, dass man mit Form z a h l probestämmen zu tun hat. Formel (47) ähnelt der Formel (44), ist jedoch aus leicht fasslichen Gründen nicht mit ihr identisch.

Beide diese Formelgruppen sind auch für die Sortimentsberechnung anwendbar und die beiden letzteren gestatten, wie oben gesehen, auch eine Umformung für den Fall, dass die Einbeziehung der Bestandes-Mittelstammhöhe nicht erwünscht ist. Die Sortimentsberechnung nach irgend welcher der obigen Formeln kann naturgemäss nur eine i n d i r e k t e sein, von derjenigen Art beiläufig, die sich in meiner unter 13 angeführten Schrift (Seite 87) befindet, was indessen die praktische Seite der Berechnung durchaus nicht in Frage stellen kann.

Die Formeln (8) und (42) bis (44) zeigen augenscheinlich, dass man — im Falle keiner Ausscheidung von Sortimenten — an Form h ö h e n probestämmen n u r die mittleren F o r m h ö h e n innerhalb einzelner Stammgruppen möglichst genau zu erheben hat, da die übrigen in den betreffenden Formeln vorkommenden Bestandesmassenfaktoren [die Stammzahlen und die mittleren Grundflächen in (42) bzw. die Stammzahlen und die Grundflächensummen in (8), (43) und (44)] b e r e i t s g e g e b e n s i n d u. zw. auf Grund der Daten, für deren Erhebung die Probestammaufnahme durchaus nicht notwendig ist. Desgleichen zeigen die Formeln (22), (45) bis (49), dass man im angegebenen Falle an Form z a h l probestämmen n u r die mittleren Gruppen-F o r m z a h l e n möglichst genau zu erheben hat, da auch nach diesen Formeln alle übrigen Bestandesmassenfaktoren b e r e i t s g e g e b e n s i n d uzw. auf Grund der Operationen, die durchaus nicht an Formzahlprobestämmen ausgeführt werden müssen.

Es ist bekannt, dass ein Baum von der mittleren F o r m h ö h e durchaus nicht auch die dem Massenmittelstamme zukommende G r u n d s t ä r k e (Grundfläche) genau haben muss, ebensowohl wie ein Baum von der mittleren Grundstärke (Grundfläche) meist eine dem Massenmittelstamme nicht genau zukommende, sondern mehr weniger abweichende Formhöhe hat. Desgleichen braucht ein Baum von der mittleren F o r m z a h l durchaus nicht auch die dem Massenmittelstamme zukommende G r u n d s t ä r k e u n d H ö h e genau zu haben, wie auch umgekehrt ein Baum von der mittleren Grundstärke und Höhe meist eine Formzahl hat, die sich von der dem Massenmittelstamme genau zukommenden Formzahl mehr oder weniger unterscheidet.

Nun aber die obigen Bestandesmassenformeln verlangen auch durchaus nicht, dass die Formhöhen-bzw. Formzahlprobestämme bezüglich der Grundstärken bzw. der Grundstärken und Höhen mit den Massenmittelstämmen ganz übereinstimmen, da sie — wie gesehen — überhaupt nicht verlangen, dass die Grundflächen bzw. auch die Höhen dieser Probestämme in die Bestandesmassenberechnung einbezogen werden. Somit fällt nun bei Anwendung obiger oder ähnlicher Bestandesmassenformeln auch die Notwendigkeit der früher gemachten Voraussetzungen weg, wonach jeder Formhöhen-bzw. Formzahlprobestamm genau die mittlere Grundfläche bzw. Grundfläche und Höhe seiner Stammgruppe haben sollte.

Es genügt also unter angegebener Bedingung eine nur annähernde Uebereinstimmung zwischen den Grundstärken und Höhen aufgenommener Formhöhen-bzw. Formzahlprobestämme einerseits und wahrer Massenmittelstämme anderseits und kann demgemäss bei der Wahl von Probestämmen das Hauptaugenmerk auf ihre Repraesentationsfähigkeit in bezug auf die Formhöhe bzw. Formzahl allein gerichtet werden. Und hier erweist sich nun die Ueberlegenheit der Form zahl-probestämme über die Form höhen probestämme in einem noch grösseren Masse, da auch der blosse Akt ihrer Wahl unter angegebener Bedingung mehr Aussicht auf ein gutes Resultat geben kann als die Wahl der Formhöhenprobestämme. Es ist nämlich wesentlich leichter, nur eine Massenkomponente gut ins Auge zu fassen, als deren zwei.

Schliesslich muss noch hinzugefügt werden, dass die obige Formel (44) bereits von Kunze[18], [19]) herstammt. Gewicht lege ich aus oben angegebenen Gründen nur auf (22), (48) und (49). Diese Formeln lassen natürlich auch eine Adaptierung zu Zwecken der direkten Sortimentsberechnung zu, was jedoch nicht eigentlich in den Rahmen der vorliegenden Studie gehört. Auch die Anführung der obigen Kubierungsformeln erfolgte eigentlich nur in der Absicht, auf die Zulässigkeit einer nur annähernden Übereinstimmung der wirklichen mit den für die Probestämme eben geforderten Dimensionen hinzuweisen.