Linearno programiranje u planiranju i gospodarenju jednodobnim šumama

Čavlović, Juro

UDK 630*228.5:630*903]:519.85

Izvorni znanstveni članak

JURO ČAVLOVIĆ

LINEARNO PROGRAMIRANJE U PLANIRANJU I GOSPODARENJU JEDNODOBNIM ŠUMAMA

EVEN-AGED FOREST MANAGEMENT WITH LINEAR PROGRAMMING

Prispjelo: 27. V. 1994.

Prihvaćeno: 1. VI. 1994.

Autor je u radu prikazao mogućnost rješavanja konkretnog problema u planiranju i gospodarenju s jednodobnim regularnim šumama primjenom linearnog programiranja. Pri tome je bilo potrebno postaviti problem, odnosno definirati model koji se sastoji od funkcije cilja i uvjeta ograničenja izraženih linearnim jednadžbama. Rješenjem modela linearnim programiranjem određeno je područje svih mogućih alternativa i najpovoljnija alternativa

Ključne riječi: linarno programiranje, planiranje i gospodarenje, jednodobna šuma.

UVOD – INTRODUCTION

Gospodarenje šumama je vrlo kompleksno i ono uključuje mnogo različitih komponenti, kao što su biološka, ekonomska, sociološka, koje su u međusobnoj povezanosti i koje zajedno tvore jedan složeni sustav. Unutar tog sustava se nalazi niz resursa (šumsko zemljište, šumsko drveće, ljudi, vrijeme, novac) koji su u uzajamnim ograničavajućim odnosima. (Buongiorno & Gilles 1987).

Organizirana upotreba šume uz postizanje ekonomskih učinaka i očuvanjastabilnosti šume pretpostavlja ispravno donošenje odluka o vremenu, mjestu, količini i načinu korištenja šumskih resursa. Odluke se mogu odnositi na kraće ili duže razdoblje, na jednostavniji ili složeniji sustav unutar kojih se događaju svakodnevne djelatnosti. Pri tome je važno odrediti optimalan odnos šumskih resursa i djelatnosti kada će se postići najbolji učinci.

Svaki konkretan problem u gospodarenju šumama, bilo da se radi o jednostavnijem ili složenijem, može se formulirati kao specijalni matematski model – linearni program. Modeli su često pojednostavljeni opis stvarne situacije (Šegotić 1993).

Pri rješavanju postavljenog problema linearnim programiranjem potrebno je postaviti uvjete ograničenja koji limitiraju određene resurse ili djelatnosti. Linearnim programiranjem se može odrediti ne samo moguće alternative za određeni problem već i ona najpovoljnija. (Buongiorno & Gilles 1987).

U ovom će radu biti prikazano rješenje problema planiranja i gospodarenja regularnim šumama za jedan primjer hrastove i grabove šume primjenom linearnog programiranja. Korišten je računalni program Statgraphics – Simplex Method.

PRIMJER – EXAMPLE

Uzet ćemo za primjer šumariju Slatina koja gospodari i šumama u nizinskom području rijeke Drave. U sastavu tih šuma na površini od 1500 ha nalazi se 1000 ha šume hrasta lužnjaka na II. bonitetu, prosječne dobi 80 godina. Taj dio šume nazvat će se *kvalitativni razred* (KR) hrasta lužnjaka. Ostalih 500 ha je obraslo dvadesetogodišnjim stablima graba iz panja i to je *kvalitativni razred* (KR) grabove panjače.

Dugoročni cilje gospodarenja ovom površinom jest dobiti uređenu šumu hrasta lužnjaka s normalnim razmjerom dobnih razreda (DR).

PROBLEM 1 – PROBLEM 1

Na navedenoj površini od 1500 ha šumarija u idućih 20 godina namjerava posjeći 214 ha. U vezi s planom sječa na razini cijele šumarije limitirajući sječiva površina u KR hrasta lužnjaka je 143 ha. Šumarija je spremna u idućih 20 godina uložiti maksimalno 4000 radnik/dana (r.d.) za sječu i obnovu. Za sječu i obnovu u KR hrasta lužnjaka potrebno je uložiti 12 radnik/dana/ha godišnje, a u KR grabove panjače potrebno je uložiti 28 radnik/dana/ha godišnje. Godišnji prihod po hektaru u KR hrasta lužnjaka je 1500 novčanih jedinica (n.j.), a u KR grabove panjače je 450 n.j.

Postavljanje problema – Problem Formulation

Pretpostavka je da je cilj gospodarenja u idućih 20 godina maksimizirati prihod uz postavljena ograničenja. Zadatak je odrediti najpovoljniji odnos sječive površine u hektarima jednoga i drugoga kvalitativnog razreda

Označimo s: X_1 = sječiva površina u ha u KR hrasta lužnjaka
X_2 = sječiva površina u ha u KR grabove panjače
$MaxP$ = n.j. prihoda godišnje.

Ograničenja – Constraints

1. Za sječu i obnovu u KR hrasta lužnjaka potrebno je uložiti 12 r.d. po hektaru godišnje, a u KR grabove panjače 28 r.d. po hektaru godišnje, pa se može pisati: $12X_1 + 28X_2$. Šumarija je spremna uložiti najviše 4000 r.d. za sječu i obnovu, pa prvo ograničenje prikazujemo formulom: $12X_1 + 28X_2 \leq 4000$.

2. Sječiva površina u KR hrasta lužnjaka limitirana je s 143 ha, pa drugo ograničenje prikazujemo formulom: $X_1 \leq 143$.

3. U idućih 20 godina namjerava se posjeći najviše 214 ha u oba KR i tako je treće ograničenje prikazano formulom: $X_1 + X_2 \leq 214$.

4. Kako niti i jedna varijabla ne može biti negativna, imamo: $X_1 \geq 0$; $X_2 \geq 0$.

Funkcija cilja – Objective Function

Izražava odnos između maksimalnoga ukupnog prihoda i godišnjeg prihoda po hektaru i sječive površine pojedinog KR. Ona je prikazana formulom: $MaxP = 1500X_1 + 450X_2$.

Konačan model danog problema prikazan formulama izgleda ovako:

$MaxP = 1500X_1 + 450X_2$ n.j. godišnje

$12X_1 + 28X_2 = 4000$ uloženih r.d. u sječu i obnovu

$X_1 \leq 143$ maksimalna sječiva površina u KR hrasta lužnjaka (ha)

$X_1 + X_2 \leq 214$ ukupna sječiva površina (ha)

$X_1 \geq 0$; $X_2 \geq 0$

Grafičko rješenje problema – Graphic solution

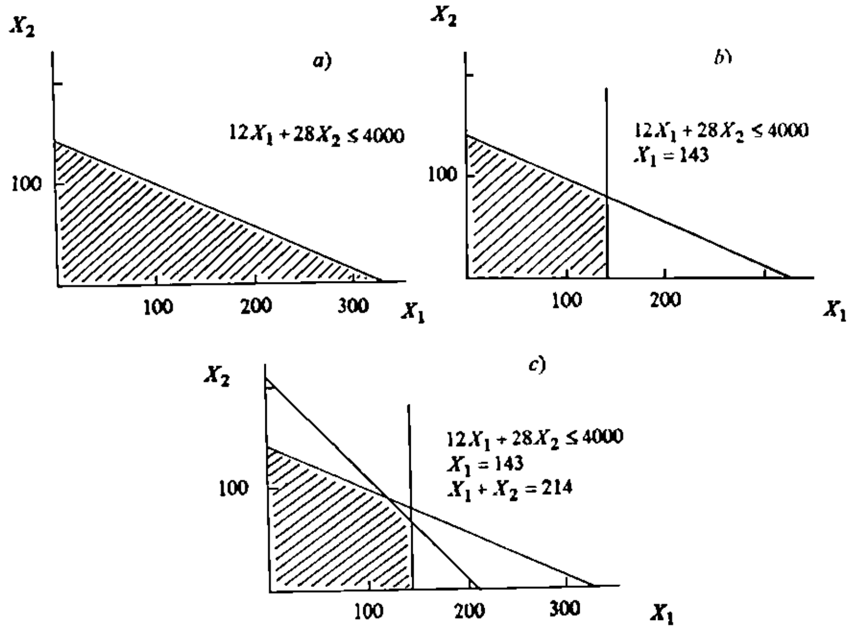
Koordinatnu os apscisa definirat ćemo varijablom X_1, a os ordinata varijablom X_2. Prvo ograničenje prikazano nejednadžbom $12X_1 + 28X_2 \leq 4000$ (sl. 1a) eliminira sve koordinate iznad pravca $12X_1 + 28X_2 = 4000$. Kada se pridruži i drugo ograničenje (sl. 1b), eliminiraju se sve koordinate desno od pravca $X_1 = 143$. Pridruživanjem i trećeg ograničenja izraženog nejednadžbom $X_1 + X_2 \leq 214$ (sl. 1c) dobije se područje svih mogućih alternativa (kombinacija X_1 i X_2).

Najbolja moguća alternativa je ona kod koje se ostvaruje maksimalan mogući prihod.

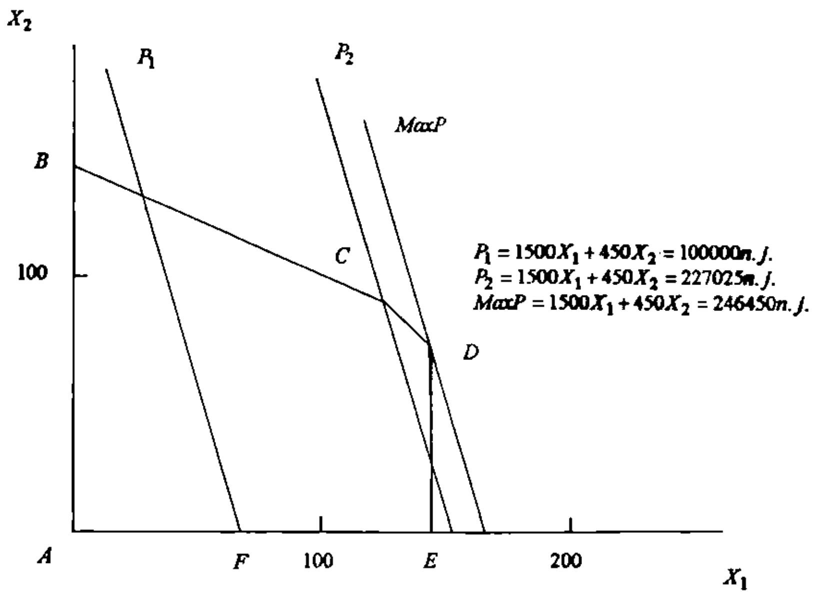
Ako stavimo da je $P_1 = 100\,000$ n.j., definirali smo pravac koji se nalazi na određenoj udaljenosti od ishodišta i koji prolazi preko područja mogućih alternativa. Taj pravac siječe apscisu u točki F(66,7; 0) (sl. 2).

Točka C se nalazi na sjecištu pravaca $12X_1 + 28X_2 = 4000$ i $X_1 + X_2 = 214$. Rješenjem sustava od 2 jednadžbe dobivene su koordinate C (124,5; 89,5). Pravac paralelan s prethodnim koji prolazi točkom C prikazan je formulom $P = 1500X_1 + 450X_2 = 227025$. Sve točke na dijelu pravca koji se nalazi na označenom području mogućih alternativa predstavljaju kombinacije X_1 i X_2 za ukupan prihod od 227025 n.j. Vidi se da što je pravac dalje od ishodišta, to je vrijednost zavisne varijable P veća. Najudaljenija moguća točka od ishodišta je točka D. Koordinate te točke se dobiju rješenjem sustava jednadžbi $X_1 + X_2 = 214$; i $X_1 = 143$ i one su D (143; 71). Optimalna vrijednost funkcije cilja (maksimalan mogući prihod) u točki D prikazana je kao: $MaxP = 1500X_1 + 450X_2 = 246450$ n.j. godišnje.

Drugim riječima se može reći da treba u idućih 20 godina planirati sječu i obnovu na 143 ha površine u KR hrasta lužnjaka i 71 ha površine u KR grabove panjače, kako bi se postigao maksimalan mogući prihod uz postavljena ograničenja.



Sl. 1. - Fig. 1. Grafičko rješenje mogućih alternativa
Graphic solution of the possible alternative



Sl. 2. - Fig. 2. Grafički prikaz optimalnog rješenja
Graphic determination of the optimum solution

PROBLEM 2 – PROBLEM 2

Kao što je u primjeru navedeno, dugoročni cilj gospodarenja šumskom površinom je dobiti šumu hrasta lužnjaka s normalnim razmjerom dobnih razreda. To će se postići izvođenjem oplodnih sječa u KR hrasta lužnjaka i čistih sječa uz umjetno pošumljavanje u KR grabove panjača. Uzmimo da će se ovom šumom gospodariti s ophodnjom od 140 godina. Na kraju razdoblja od 140 godina šuma će biti uređena tako da će se sastojati od 7 dobnih razreda širine 20 godina. Svakih 20 godina će se sjeći jedna sedmina ukupne površine, tj. 214 ha.

Linearnim programiranjem je potrebno odrediti najpovoljniju kombinaciju sječivih površina jednoga i drugoga uređajnog razreda unutar svakoga pojedinog dobnog razreda uz dana ograničenja. Optimalno rješenje je ono pri kojemu se dobije maksimalan mogući prihod drvne mase.

Postavljanje modela

U planiranju i gospodarenju šumom osnovni zahtjev je dati odgovore na pitanja kada, gdje i koliko sjeći. (Klepac 1965). Potrebno je odrediti sječivu površinu unutar pojedinoga kvalitativnog razreda za svaki dobni razred.

Neka $X_{i,j}$ predstavlja sječivu površinu *i-tog* kvalitativnog razreda u *j-tom* dobnom razredu. S X_1 će biti označen KR hrasta lužnjaka, a s X_2 KR grabove panjače. Na temelju podataka ukupne površine kvalitativnih razreda i predviđene ophodnje (7 dobnih razreda) mogu se postaviti ograničenja:

Prva skupina ograničenja pokazuje površine kvalitativnih razreda:

$$X_{1,1} + X_{1,2} + X_{1,3} + X_{1,4} + X_{1,5} + X_{1,6} + X_{1,7} = 1000 \text{ ha}$$

$$X_{2,1} + X_{2,2} + X_{2,3} + X_{2,4} + X_{2,5} + X_{2,6} + X_{2,7} = 500 \text{ ha}$$

Druga skupina ograničenja pokazuje zahtjev da sječiva površina svakoga pojedinog dobnog razreda iznosi jednu sedminu ukupne površine šume:

$$X_{1,1} + X_{2,1} = \frac{1000 + 500}{7} = 214 \text{ ha}$$

$$X_{1,2} + X_{2,2} = 214 \text{ ha}$$

$$X_{1,3} + X_{2,3} = 214 \text{ ha}$$

$$X_{1,4} + X_{2,4} = 214 \text{ ha}$$

$$X_{1,5} + X_{2,5} = 214 \text{ ha}$$

$$X_{1,6} + X_{2,6} = 214 \text{ ha}$$

$$X_{1,7} + X_{2,7} = 214 \text{ ha}$$

Funkcija cilja – Objective Function

Jedan od gospodarskih ciljeva je postići maksimalnu moguću količinu ukupne sječive drvne mase za razdoblje ophodnje. Da bi se mogla izraziti funkcija cilja;

potrebni su podaci očekivanih drvnih zaliha po hektaru koja će se moći posjeći u svakom pojedinom dobnom razredu. Korištene su prirasno-prihodne tablice za hrast lužnjak i obični grab za II. bonitet. (Š p i r a n e c 1975). Tako na primjer u KR hrasta lužnjaka za III. dobni razred je podatak 894 m³/ha. Podatak je dobiven tako da je početnoj drvnoj zalihi od 418 m³/ha (sastojina dobi 80 godina) dodan prirast koji ta sastojina ostvari u svom razvoju od 80. godine do 130. godine (50 godina je vrijeme od početka razdoblja ophodnje do sredine III. dobnog razreda). (K l e p a c 1963).

Podaci očekivanih drvnih zaliha po dobnim razredima za svaki KR dani su u tablici 1.

Tab. 1. Očekivane drvne zalihe po kvalitat. i dobnim razredima
Expected yield by compartment and 20-year management period

Kv.razr.	Dobni razred – Management period							
Compartm.	Površina-	I	II	III	IV	V	VI	VII
	Area (ha)	m³/ha						
1	1000	521	738	894	1016	1113	1193	1260
2	500	138	460	487	604	704	797	886

Temeljem podataka iz tablice 1. prikazana je funkcija cilja kao linearna funkcija varijabli X_1 i X_2:

$$MaxP = 521X_{1,1} + 738X_{1,2} + 894X_{1,3} + 1016X_{1,4} + 1113X_{1,5} + 1193X_{1,6} + 1260X_{1,7} +$$
$$+ 138X_{2,1} + 460X_{2,2} + 487X_{2,3} + 604X_{2,4} + 704X_{2,5} + 797X_{2,6} + 886X_{2,7}$$

Iz skupina ograničenja i funkcije cilja načinjen je LP format koji predstavlja ulazni oblik za računalni program (tablica 2).

Tab. 2. LP tablica – Linear-Programming Table

	$X_{1,1}$	$X_{1,2}$	$X_{1,3}$	$X_{1,4}$	$X_{1,5}$	$X_{1,6}$	$X_{1,7}$	$X_{2,1}$	$X_{2,2}$	$X_{2,3}$	$X_{2,4}$	$X_{2,5}$	$X_{2,6}$	$X_{2,7}$	
P	521	738	894	1016	1113	1193	1260	138	460	487	604	704	797	886	
KR 1	1	1	1	1	1	1	1								≤1000
KR 2								1	1	1	1	1	1	1	≤ 500
DR 1	1							1							≤ 214
DR 2		1							1						≤ 214
DR 3			1							1					≤ 214
DR 4				1							1				≤ 214
DR 5					1							1			≤ 214
DR 6						1							1		≤ 214
DR 7							1							1	≤ 214

Model je riješen pomoću računala, pri čemu je korišten program LP Solution – Simplex Method. Rješenjem modela računalnim programom (maksimizacijom funkcije cilja) određen je optimalan odnos sječivih površina jednoga i drugoga kvalitativnog razreda po dobnim razredima (*tablice 3. i 4.*). Iz tablice 3. se vidi da je potrebno u kvalitativnom razredu lužnjaka posjeći u I. dobnom razredu 144 ha, u II. i VII. ne bi se sjeklo ništa, dok se u III, IV, V. i VI. dobnom razredu predviđa sječa na 214 ha. U kvalitativnom razredu grabove panjače predviđa se sjeći 70 ha u I. i po 214 ha u II. i VII. dobnom razredu. Uz taj odnos sječivih površina po kvalitativnim i dobnim razredima, maksimalna mogući prihod u ovoj šumi za razdoblje ophodnje iznosi 1274952 m³ *(tablica 4).*

Tab. 3. Plan sječa po površini uz maksimizaciju ukupnog prihoda drvne mase
Harvest plan per ared with maximum total volume yield

Kvalitat. razred Compartment	ha po dobnim razredima – ha per management period							Ukupno-Total
	I	II	III	IV	V	VI	VII	(ha)
1	144	0	214	214	214	214	0 -	1000
2	70	214	0	0	0	0	214	500
Σ	214	214	214	214	214	214	214	1500

Tab. 4. Plan sječa po drvnoj masi uz maksimizaciju ukupnog prihoda drvne mase
Harvest plan per volume with maximum total volume yield

Kvalitat. razred Compartment	m³ po dobnim razredima – m³ per management period							Ukupno-Total
	I	II	III	IV	V	VI	VII	(m³)
1	75024	0	191316	217424	238182	255302	0	977248
2	9660	98440	0	0	0	0	189604	297704
Σ	84684	98440	191316	217424	238182	255302	189604	1274952

ZAKLJUČAK – CONCLUSION

Uz primjenu računala linearnim programiranjem se mogu vrlo brzo riješiti različiti problemi pri planiranju i gospodarenju jednodobnim šumama kada se za dani problem definira model linearnim jednadžbama.

Prikazani primjer nije jedini i najbolji način gospodarenja istom šumom. Ako bi smo htjeli maksimizirati sadašnju vrijednost, odnos sječivih površina bio bi drugačiji.

Postoje i složeniji problemi u gospodarenju šumama (gdje je uključeno više resursa i uvjeta ograničenja) koji se mogu riješiti linearnim programiranjem uz pomoć računala, pri čemu je najvažnije ispravno definirati model linearnim jednadžbama.

LITERATURA – REFERENCES

Buongiorno, J, & K. J. Gilless, 1986: Forest management and economics. Macmillan, New York, 285 pp.
Klepac, D., 1963: Rast i prirast šumskih vrsta drveća i sastojina. Znanje, Zagreb 298 pp.
Klepac, D., 1965: Uređivanje šuma. Znanje, Zagreb 340 pp.
Kugler, M., 1968: Matrični račun. Zagreb, rkp.
Šegotić, K., 1993: Matematički model za upravljanje šumama. Glas. šum. pokuse, posebno izdanje 4: 315–320, Zagreb.
Špiranec, M., 1975: Prirasno prihodne tablice. Poslovno udruženje šumskoprivrednih organizacija, Zagreb.
Vandal, A., 1980: Primjena matematčkih modela u ekonomiji. Informator, Zagreb 145–206.

Original scientific paper

JURO ČAVLOVIĆ

EVEN-AGED FOREST MANAGEMENT WITH LINEAR PROGRAMMING

Summary

Forest management is the planning of forest resources in space and time. They have a mutually limiting relationship. The best effect is obtained when the optimal relation is determined.

The maximum of the aim function, i. e. the most optimal alternative, is determined by the linear programming of the given problem and defining the model by linear equations.

The paper is an illustration of an even-aged forest with two problems to be solved, the first being simple graphic solutions determining the area of all possible alternatives with the limiting conditions, as well as the most optimal alternative by maximization of the total revenue.

In the second problem, the task was to plan the cutting in terms of time and space in two quality classes, so as to get a well-managed forest with normal proportion of age classes at the end of rotation. By defining the aim function and the propsed limiting conditions using linear equations, a model is obtained. Computer linear programming determines the most optimal combination of the felling areas of the one and the other quality class according to time periods and considering the maximum revenue per volume of 1,274,952 m^3.

Author's address:
Juro Čavlović
Faculty of Forestry,
41 000 Zagreb,
P.O. Box 178, Croatia