

# Prilog određivanju nesigurnosti složenog modela

---

**Sever, Stanislav; Horvat, Dubravko**

*Source / Izvornik:* **Glasnik za šumske pokuse, posebno izdanje: Annales pro experimentis foresticis editio peculiaris, 1993, 4, 295 - 304**

**Journal article, Published version**

**Rad u časopisu, Objavljena verzija rada (izdavačev PDF)**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:108:497656>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-01-24**



*Repository / Repozitorij:*

[University of Zagreb Faculty of Forestry and Wood Technology](#)



STANISLAV SEVER & DUBRAVKO HORVAT

## PRILOG ODREĐIVANJU NESIGURNOSTI SLOŽENOG MODELA

### A CONTRIBUTION TO THE DETERMINATION OF UNCERTAINTY OF A COMPLEX MODEL

Prispjelo: 29. XII 1992.

Prihvaćeno: 22. II 1993.

Na primjeru matematičkog modela za procjenu toplinskog sadržaja šumske biomase iznosi se mogućnost određivanja nesigurnosti konačnog rezultata. Teorijske osnove su temeljene na općepoznatim znanjima iz metrologije, posebno njezina područja proučavanja rezultata indirektnog mjerenja i baždarenja mjerila. Korištene su i znane upute nacionalnih standarda, npr. DIN, GOST, AS i dr. Rad kao prethodno priopćenje donosi na primjeru matematičkog modela složenu jednadžbu matematičkog modela, za koju treba izraditi računalni program kojim će se podržati proračun nesigurnosti rezultata.

**Ključne riječi:** mjerna nesigurnost (uncertainty of measurement), nesigurnost rezultata matematičkog modela

## UVOD – INTRODUCTION

Računalom podržano rješavanje znanstvenih, proizvodnih i gospodarskih zadaća omogućilo je i u šumarstvu sve češću tvorbu i upotrebu složenih modela, najčešće matematičkih. Veći broj sastavnica takvih modela čine mjeriteljske informacije, ponajprije dobivene mjerenjem. Brezinščak (1984) definira *mjerenje* kao skup djelovanja radi određivanja vrijednosti veličine, a područje znanja što se odnosi na mjerenje djelatnošću zvanu *mjeriteljstvo*. Mjeriteljstvo obuhvaća teorijski i praktično sve pojavne oblike što se odnose na mjerenje, bez obzira na razinu točnosti, odnosno područja znanosti, tehnologije i tehnike. Svekolika mjeriteljska činidba u šumarstvu značajna je u svim njezinim područjima: uređivanju šuma, uzgajanju šuma, iskorištavanju šuma i dr. Pritom je ona po svojoj naravi dio zakonskoga mjeriteljstva, ali i znanstvenog i proizvodnog (industrijskog) mjeriteljstva, kako iz razvrstava Brezinščak (1983a). Zato Brezinščak (1979) razlikuje dva bitno različita primjera mjeriteljske informacije; prvi se odnosi na vrhunsku *znanstvenu poruku*, a drugi na *poslovno-proizvodni i gospodarski bitan podatak*. U srednje razvijenoj zemlji obavlja se u prosjeku oko 100 važnih mjerenja po stanovniku dnevno (Brezinščak 1971). U vremenima od sredine pedesetih

godina pa do osamdesetih, dakle u samo četvrt stoljeća, točnost mjerenja većine fizikalnih veličina porasla je 100 do 10 000 puta. Osim sličnih zbivanja u šumarstvu za tu privrednu granu je značajno i stvaranje mnogih novih, mjeriteljski značajnih grana, npr. u zaštiti okoliša, određivanju mokrine drva, iskazivanju značajki strojeva i uređaja u mehaniziranim/automatiziranim postupcima itd. Uz ostalo promicanje ovom činidbom se štiti od štetnih mjeriteljskih utjecaja i šuma i čovjek povezan s njom svojim radom ili življenjem.

## PROBLEMATIKA I DEFINICIJE ISSUES AND DEFINITIONS

Prirodoslovne, tehnološke, tehničke, gospodarske, trgovačke i druge informacije priopćavaju se pomoću tzv. *fizikalnih veličina*. Računa se da čovječanstvo upotrebljava oko dvije tisuće različitih fizikalnih veličina (B r e z i n š ć a k 1983b). K a l l a y & C v i t a š (1985) definiraju fizikalne veličine kao mjerljiva svojstva stvari, bića, pojave i stanja, što navodi i K r a u t (1982) izrjekom da su veličine sve što se može mijenjati po veličini i mjeri. Pritom je *mjerljivo* ono svojstvo čije se uspoređivanje s istim svojstvom drugog objekta ili u drugo vrijeme može količinski izraziti brojem. Ovo kolikočno iskazivanje obavlja se postupkom mjerenja koji daje omjer dviju vrijednosti neke fizikalne veličine. Naravno da postoje i nemjerljiva svojstva, npr. ljepota, boja, miris, poštenje i sl., ali i tvrdoća i potres, koja se ponekad kvantitativno izražavaju pomoću skala.

Kao što se teži ostvarenju *svjetskoga mjernog jedinstva*, tako se i pri iznošenju rezultata znanstvenih istraživanja treba postići *potrebna razina mjernoga jedinstva* koje omogućuje svekoliku ponovljivost rezultata. Pritom se pod *mjernim jedinstvom* podrazumijeva takvo stanje mjeriteljstva u kojemu su mjerni rezultati izraženi zakonitim jedinicama, a mjerne nesigurnosti poznate s iskazanom vjerojatnošću. Dakle, ona je ostvarena kada se u svako doba pod različitim okolnostima, različitim postupcima i mjerilima iznose mjerne informacije naznačene sigurnosti (B r e z i n š ć a k 1982). Svaka *mjerna informacija* nastaje dvojnim djelovanjem (B r e z i n š ć a k 1979): (1) *mjerenjem*, tj. nalaženjem vrijednosti fizikalne veličine posebnim sredstvom; (2) *dogovorenim (normiranim) postupkom obradbe* izmjerenih vrijednosti da bi se dobila procjena nesigurnosti te vrijednosti i vjerojatnosti procijenjene nesigurnosti.

*Fizikalnu veličinu* predstavlja slovni znak koji uvijek predstavlja umnožak brojčanog iznosa i jedinice, tj. vrijenost fizikalne veličine:

»(fizikalna) veličina = brojčana vrijednost × (mjerna) jedinica«

omjer veličine i  
jedinice

ustanovljena vrijednost  
veličine

Pri izravnom se iskazivanju fizikalnih veličina *brojčani iznosi* nalaze u rasponu od 0,1 do otprilike 1000 (ISO 1000–1981).

Osposobljenost mjernog sustava ocjenjuje se tzv. *trojstvom podataka*, mjero-davnih za svaku njegovu sastavnicu (B r e z i n š ć a k 1983a). To su:

- (a) vrijednost mjerne fizikalne veličine, odnosno njezin vrijednosni raspon,
- (b) nesigurnost mjernoga rezultata,
- (c) statistička sigurnost naznačene nesigurnosti.

Jasno je da se i u šumarskim mjerenjima svaki mjerni rezultat doznaje s nekom (ne)poznatom pogreškom – svaki je rezultat više ili manje nesiguran. Tako su prihvaćene mnoge metode za svaki od iskaza u dijelu (a), (b) ili (c). Naglašava se da manjak bilo koje od triju sastavnica čini mjernu informaciju bezvrijednom, jer ne može poslužiti kao čvrsti oslonac u razmjeni dobara, obavještenja, znanja, pa ni pri sudovanju. Pritom se pretpostavlja da je tijekom mjerenja fizikalna veličina bila stalna. Za razmatrano su područje šumarstva *vrijednosni rasponi* fizikalnih veličina vrlo različiti, npr. pri mjerenju promjera drva kreće se od nekoliko pa do najviše stotinjak centimetara, slično kao i rasponi mokrina. Pritom su bitne razlike i u *razini točnosti*; ona je mala u prometu drva, ali znatna na radovima održavanja šumarskih strojeva. Upravo na mjestima sretanja proizvoda raznih grana pri njihovu prometanju, npr. trupaca ili biomase između šumarstva i drvne industrije, transportne opreme između strojogradnje i šumarstva i sl., neophodno je ostvariti mjerno jedinstvo na nekoj razini: granskoj, sustavnoj, državnoj, međudržavnoj.

*Normirano iskazivanje mjerne informacije* prijeka je potreba u svakoj opisanoj djelatnosti, pa i u zaštiti zdravlja šumskih radnika. Jednoznačnost izražavanja osigurava da nema dvoumljenja o značenju takve informacije. To je i razlogom da se dio izričaja normira, a jedan njegov dio i ozakonjuje. Brezinašćak (1982) u priređenom djelu Z. Radića (1982) navodi da se takvi dogovori temelje na barem dvanaest obilježja mjerne informacije: nazivu fizikalne veličine, znakovima za fizikalne veličine, definicijama fizikalnih veličina, brojnosti polaznih veličina, veličinskim jednadžbama, obliku veličinskih jednadžbi, izboru osnovnih jedinica, proizvodnji i definiranju osnovnih jedinica, definiranju izvedenih jedinica, nazivu jedinica i zakonitih jedinica.

## VLASTITA ISTRAŽIVANJA MJERNE NESIGURNOSTI ONE'S OWN RESEARCH OF UNCERTAINTY OF MEASUREMENT

### Normacija i njezine značajke Standardization and its characteristics

Vlastita se istraživanja odnose na iskazivanje *mjerne nesigurnosti*. To je podatak u mjernom rezultatu kojim se iskazuje s kolikom je nesigurnošću poznata izmjerena vrijednost fizikalne veličine. Dakle, mjerna nesigurnost je procjena onog dijela iskaza mjernog rezultata koji označuje područje vrijednosti unutar kojih leže stvarne vrijednosti mjerene veličine. Naravno da prije svega treba ispraviti sve poznate sustavne pogreške.

Treba naglasiti (Brezinašćak 1982b) da se mogu mjeriti samo jednoznačno definirane fizikalne veličine, i to u odnosu prema mjernoj jedinici ili prema nekoj drugoj jednoznačno definiranoj referentnoj vrijednosti mjerene fizikalne veličine. Budući da se svaki mjerni rezultat doznaje s nekom pogreškom, *mjerna nesigurnost* je onaj podatak u mjernom rezultatu kojim se iskazuje s kolikom je pogreškom

izmjerena fizikalna veličina. Kao što je pri razlaganju problema iznijeto, nakon mjerenja i normiranog postupka obradbe vrijednosti fizikalne veličine  $x$  (točka a) slijedi postupak određenja mjerne nesigurnosti  $U(x)$  iskazane svojom donjom i gornjom granicom (točka b), te utvrđivanje statističke sigurnosti (vjerojatnost)  $P$  s kojim se potvrđuje da se naznačena nesigurnost nalazi unutar iskazanih granica (točka c).

*Primjer:* izmjerena donja ogrjevna moć drvne sječke ( $x = H_i$ ) pri naznačenoj mokrini, temperaturi, tlaku i drugim okolišnim uvjetima iznosi

$$H_i = 15 \text{ MJ/kg}, \quad U(H_i) = \pm 0,75 \text{ MJ/kg}, \quad P = 0,95$$

Ovo se može napisati i u obliku:

$$H_i = (15 \pm 0,75) \text{ MJ/kg}, \quad P = 95\%$$

ili s pomoću relativne nesigurnosti  $u(x) = U(x)/x$

$$H_i = 15 \text{ MJ/kg}, \quad u(H_i) = \pm 0,05, \quad P = 0,95$$

$$H_i = 15 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}} \cdot (1 \pm 5 \cdot 10^{-2}), \quad P = 0,95$$

zbog jednakosti  $\% = 1/100$ , odnosno  $100\% = 1$ , relativna nesigurnost i statistička sigurnost mogu se iskazati i u obliku

$$u(H_i) = \pm 5\%, \quad P = 95\%$$

*Komentar:* za 95% izmjerenih podataka može se ustvrditi da će pasti unutar granica nesigurnosti od 14,25 do 15,95 MJ/kg, dok za 5% postoji vjerojatnost da padnu izvan toga područja.

Za točnija se mjerenja, katkada, uz navedene sastavnice zahtijeva i standardna aproksimacija funkcije raspodjele slučajne mjerne pogreške. Pritom se upotrebljavaju ove raspodjele: normalna (Gaussova), trokutna (Simpsonova), trokutna, jednolika, prva antimodalna, druga antimodalna i Rayleighova (B r e z i n š ć a k 1982b). U ovim iskazima razumijeva se pod *sustavnom sastavnicom mjerne pogreške* procijenjena preostala sustavna pogreška, dakle onaj njezin dio koji se nije mogao odrediti i uzeti popravkom u obzir prilikom normirane obradbe mjernog rezultata. Ta preostala sustavna pogreška uzrokuje *neispravan* (netočan) mjerni rezultat. Za razliku od nje slučajne pogreške uzrokuju *nepouzdanost* (nepreciznost) mjernog rezultata.

Svjetsko normiranje pojmova i primjena mjerne nesigurnosti ne prati razinu drugih mjeriteljskih područja, što posebno dolazi do izražaja pri vrhunskim mjerenjima. S nacionalnim normiranjem tek je nešto bolja situacija (DIN, GOST, BS, AS itd.).

*Međunarodna je mjeriteljska normacija* utemeljena Konvencijom o metru (franc. Convention du Mètre) 1875. godine. 1921. godine Konvencija je prilagođena novim okolnostima. Svoje odluke ova svjetska udruga donosi na zasjedanjima Generalne konferencije za mjere i utege (CGPM – Conférence Generale des Poids et Mesures). Izvršni organ Konvenciji o metru je Međunarodni odbor za mjere i utege (CIPM – Comité International des Poids et Mesures). U njezinu okviru radi i Međunarodni ured za mjere i utege (BIPM – Bureau International des Poids et Mesures), sa svojim laboratorijima i stručnim odborima u Sèvresu, predgrađu Pariza. Međunarodna udruga za zakonsko mjeriteljstvo osnovana je 1955. godine (OIML – Organization Internationale de Métrologie Légale). Ona brine o mjerilima, dakle i o svjetskom

mjernom jedinstvu. Izvršni organ organizacije OIML je Međunarodni ured ove udruge sa sjedištem u Parizu (BIML – Bureau International de Métrologie Légale). O njemu brine i Međunarodna elektrotehnička komisija (IEC – International Electrotechnical Commission) te Međunarodna udruga za normaciju (ISO – International Organization for Standardization).

Budući da se djelovanje OIML, IEC i ISO katkada prekriva, one u zajedničkim radnim grupama nastoje ukloniti moguće nedostatke donesenih propisa.

Na poticanju normiranja mjerne nesigurnosti sudjelovala je većina navedenih organizacija. Njima je prethodio značajni doseg njemačke norme DIN 1319 (1963, 1972). Tako je 1977. CIPM potakao rješavanje postojećega neujednačenog iskazivanja i određivanja nesigurnosti mjernih rezultata, obvezujući BIPM na pokretanje međunarodne činidbe. Kao dio izvješća stručnjaka i službi desetak zemalja nastala je preporuka INC–1 (1980), koju je CIPM sljedeće 1981. godine podržao kao temeljni dokument za dalje usklađivanje nesigurnosti. B r e z i n š ć a k (1989) donosi prijevod preporuke INC–1 (1980), iz kojega izdvajamo:

- (1) Nesigurnost mjernog rezultata općenito se sastoji od više sastavnica koje se mogu svesti u dvije vrste: (A) one što se određuju *s pomoću statističkih metoda*, (B) one što se određuju *na drukčije načine*. Ne postoji jednostavan način svrstavanja nesigurnosti u vrstu A ili B, dakle na »slučajne« i »sustavne«.
- (2) Sastavnice vrsta A obilježavaju se »procijenjenom varijancom« ili »procijenjenim normiranim odstupanjem« i »brojem stupnjeva slobode«. Ako je potrebno treba navesti i »procijenjenu kovarijancu«.
- (3) Sastavnice vrste B obilježavaju se veličinama  $u_j^2$  smatrajući ih približenjima odgovarajućih varijancija za koje se pretpostavlja da postoje. S veličinama  $u_j^2$  treba postupati kao da su varijancije, a s veličinama  $u_j$  kao da su normirana odstupanja. Ako je potrebno, s kovarijancijama se postupa slično.
- (4) Složena nesigurnost obilježava se vrijednošću određenom primjenom metoda koje su uobičajene za kombiniranje varijancija. Složena nesigurnost i njezine sastavnice iskazuju se u obliku »normiranog odstupanja«.
- (5) Kada se složena nesigurnost množi faktorom da bi se odredila svekolika nesigurnost, uvijek se mora iskazati i množeći faktor.

Značajno promicanje na razmatranom području učinjeno je novim izdanjem norme DIN 1319 (1980–1985), DIN 3 (1983) i 4 (1985) neposredno se bave mjernom nesigurnošću. Ta norma spominje i preporuku INC–1 (1980).

Britanski propis BCS 3003 (1980), sovjetski standard GOST 8.207 (1976), međunarodni standard ISO 5725 (1981), australski standard AS 2833 (1985) i WECC-ov dokument Doc. 19–1990 (WECC – Western European Calibration Cooperation) bave se problemima mjerne nesigurnosti ili problemima u uskoj svezi s njima: BCS iskazivanjem nesigurnosti pri električnim mjerenjima, GOST opisom izravnih mjerenja s višekratnim opažanjima i obradbom rezultata opažanja, ISO s određivanjem ponovljivosti i obnovljivosti kružnim usporedbama, WECC o iskazivanju mjerne nesigurnosti pri umjeravanju.

Poznavanje međunarodno bitnih propisa iz područja mjerne nesigurnosti sigurno će biti značajni i za šumarstvo Republike Hrvatske, posebno za njezine državne šume, bilo pri izvozu proizvoda, bilo pri kupnji radnih i zaštitnih sredstava. U ovom drugom slučaju će odgovornost i porasti s ustrojstvom ispitivališta i mjerilišta za proizvode koji ulaze u proizvodno šumarstvo.

## Mjerna nesigurnost pri proračunu toplinskog sadržaja šumske biomase

### Uncertainty of measurement when estimating forest biomass heat contents

Pri pokušaju određenja nesigurnosti matematičkog modela za ustanovljenje kolikoće topline šumske biomase (Sever i dr. 1992, Jakupović 1990), uz navedene norme i preporuke, rabljeni su i domaći izvori o navedenom problemu, npr. Čubranić (1967), Brezinščak (1972, 1976, 1982a), Bego (1976) i dr.

U promatranom slučaju se pod *matematičkim modelom* smatra složeni proračun s velikim brojem parametara određenih proračunom, pokusom ili na neki drugi način. To se smatra tim potrebnije jer se ne nazire normiranje postupka određenja nesigurnosti složenoga modela na međunarodnoj razini, što se može zaključiti nakon pete sjednice međunarodne radne skupine ISO/TAG4/WG3 *Istraživanje nesigurnosti* (Ženeva, 1990). Tu su grupu formirali 1986. ISO/TAG4 komitet *Mjeriteljstvo* uz sudjelovanje IEC, OIML, BIPM, IUPAC, IFCC te sedam nacionalnih normacijskih službi i drugi zainteresirani stručnjaci i strukovne organizacije.

Pri pokušaju u ovome radu, ali i njegovoj ocjeni, treba uzeti u obzir i spornost same definicije pojma *nesigurnost*, posebno u njegovu nestatističkom značenju. Slobodni prijevod ove definicije, kao što je uvodno iskazano, glasi: *to je pokazatelj koji pridružen rezultatu mjerenja opisuje rasipanje vrijednosti koje se razložno mogu pripisati mjerenju* (engl. A parameter, associated with the result of a measurement, that characterized the dispersion of values that could reasonably be attributed to the measured), ili ona iz Brezinščakova rada (1984) *da je mjerna sigurnost procjena kojom se obilježava vrijednosni raspon u kojemu se nalazi prava vrijednost mjerne veličine* (engl. An estimate characterizing the range of values within which the true value of a measurand lies).

Budući da svi parametri matematičkih modela, poput uzetoga kao predmet ovoga razmatranja (KOŠUBI – korištenje šumske biomase), potiču od mjerenja, jedna od nesigurnosti, ona parcijalna, potiče od nesigurnosti posrednih ili neposrednih mjerenja. Taj je zaključak bila vodeća misao u provedenom istraživanju.

Razmatrana su još dva mjeriteljska pojma: mjerna ponovljivost i mjerna obnovljivost. *Mjerna ponovljivost* je bliskost međusobnog slaganja rezultata uzastopnih mjerenja iste veličine obavljenih istom mjernom metodom, od istog mjeritelja, istim mjerilom, na istom mjestu, pod jednakim uvjetima i s ponavljanjem u kratkom vremenskom razmaku. Ponovljivost se kolikočno iskazuje značajkama raspršenja rezultata. *Mjerna obnovljivost* je pak bliskost međusobnog slaganja rezultata mjerenja iste veličine kad se pojedina mjerenja obavljaju pri izmijenjenim okolnostima kao što su: mjerna metoda, mjeritelj, mjerilo, mjesto, uvjeti primjene, vrijeme. Uz valjano navođenje izmijenjenih okolnosti i obnovljivost se kolikočno iskazuje značajkama raspršenja rezultata. Obje definicije su navedene prema Međunarodnom definicijskom mjeriteljskom rječniku (Brezinščak 1984).

Da bismo zadovoljili mnogostruke zahtjeve ponovljivosti i obnovljivosti mjerenja, u šumarstvu treba ovladati mnogom mjeriteljskom činidbom. Čitav problem proračuna pogreške matematičkog modela sveden je na utvrđivanje nepouzdanosti indirektno mjerenih veličina. U odabranom slučaju radilo se o sistematskoj pogreški funkcije s više varijabli, te je korišten opći izraz za mjernu nesigurnost, kakvu navodi Brezinščak (1971), koja se osniva na normi DIN 1319.

Energijska bilanca proizvodnje šumske biomase prema matematičkom modelu KOŠUBI iskazana je jednadžbom.

$$E = \left[ 2,5 \left\{ 7,333 - \frac{A_5 \cdot d^{B_5} [(1 - \text{OŠT}) + \text{OŠT} \cdot \text{KL}]}{A_1 \cdot d^{B_1} + A_2 \cdot d^{B_2} + A_3 \cdot d^{B_3}} \right\} \cdot \{A_1 \cdot d^{B_1} + A_2 \cdot d^{B_2} \cdot [(1 - \text{OŠT}) + \text{OŠT} \cdot \text{KL}] + A_3 \cdot d^{B_3}\} + \{A_6 \cdot d_p^{B_6} - [A_4 \cdot d^{B_4} - (A_1 \cdot d^{B_1} + A_2 \cdot d^{B_2} + A_3 \cdot d^{B_3})] \cdot 2,5 \{7,333 - \text{VLAGA} [(1 - \text{OŠT}) + \text{OŠT} \cdot \text{KL}]\} \cdot \text{INT.SJ} (1 - \text{OSTAJE}) \cdot \frac{\text{NAČIN}}{100} \cdot \text{PLOŠTINA} \right]$$

gdje upotrijebljene oznake znače:  $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$  i  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$  i  $B_6$  – regresijski koeficijenti jednadžbe  $y = A \cdot x^B$ ;  $d$  – prsni promjer, cm ( $= d_{1,3}$ );  $d_p$  – promjer panja, cm; OŠT – oštećenost, %; KL – klasa oštećenosti, %; VLAGA – mokrina, %; INT.SJ. – intenzitet sječe, %; OSTAJE – ostaje u sastojini, %; NAČIN – dio stabla za tehniku, %; PLOŠTINA – iskorištena ploština, ha.

Jednadžba (1) je temelj algoritma programa KOŠUBI. Sve fizikalne veličine u modelu su slučajne promjenljivice, pa i utjecajne veličine koje mogu utjecati na mjerenu vrijednost na sustavan način, kako se to navodi u dokumentu WECC (1990). Utjecajne se veličine razlikuju od mjerenih jedino po tome što se o njima znade manje podataka.

Rezultantna veličina  $Y$  iz modela zove se i izlaznom. Ona ovisi o izvjesnom broju  $n$  ulaznih veličina  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) prema funkciji  $G$

$$Y = G(X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_n) \quad (2)$$

Mjerni rezultat  $y$  je procijenjena vrijednost stvarne vrijednosti izlazne veličine  $Y$ . Računa se zamjenom  $X_i$  ulaznim podacima  $x_i$  u (2)

$$y = G(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \quad (3)$$

Svaka sastavnica jednadžbe (1) ima svoju nesigurnost srednje vrijednosti  $U(x_i)$ , odnosno relativnu nesigurnost  $u(x_i) = U(x_i)/x_i$ , kako je to iskazano u poglavlju 2. U slučaju da su udjeli sustavnih i slučajnih pogrešaka pri određivanju i definiranju pojedinih parametara približno slični, tada se nesigurnost proračunate količice topline izračunava izrazom

$$[G(E)]^2 = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\partial E}{\partial x_i} U(x_i) \right]^2$$

s pripadajućom relativnom nesigurnosti za promatrani slučaj:  $u(E) = G(E)/E$ . Ako se za vrijednost parcijalnih nesigurnosti parametara jednadžbe uvrste najveće vrijednosti, tada je nesigurnost dobivenog rezultata proračuna raspoložive energije biomase granična pogreška modela, a njezina je vrijednost sigurno u granicama



$$E = E_{\text{izračunato}} \pm G(E) \quad (5)$$

gdje je  $G(E)$  nesigurnost izražena kao *granična pogreška*

$$G(E) = \Sigma \left| \frac{\partial E}{\partial x_i} \cdot G(x_i) \right| \quad (6)$$

U izrazu (6) je  $\frac{\partial E}{\partial x_i}$  parcijalna derivacija veličine  $E$ , a  $X_i$  se zamjenjuje ulaznim podacima  $x_i$ , dok apsolutna vrijednost suma parcijalnih derivacija pomnoženih funkcijom  $G$  od ulaznih podataka čini funkciju  $G$  od  $E$ .

$$G_s(E) = \sqrt{\Sigma \left[ \frac{\partial E}{\partial x_i} \cdot G(x_i) \right]^2} \quad (7)$$

Pritom kolikoća energije, odnosno energijska bilanca, glasi za općeniti slučaj (npr. uz utrošak energije za sušenje biomase)

$$E = E_{\text{biomase}} - E_{\text{sušenja}} - E_{\text{proizvodnje}} \quad (8)$$

Da bismo za navedeni primjer matematičkog modela KOŠUBI utvrdili s dvije moguće vrijednosti kao sigurne granice promatrane veličine najveću moguću vrijednost granične pogreške nazvanu *sigurna pogreška ili maksimalno moguća pogreška*, treba na osnovi iznijetih teorijskih osnova za svaku sastavnicu jednadžbe (8) izraditi tzv. spreadsheet tablicu u kojoj se mogu mijenjati ulazne vrijednosti pojedinih parametara te njihove nesigurnosti ili mogući raspon.

Budući da postoji vrlo mala vjerojatnost da će se stvarna vrijednost indirektno mjerene veličine nalaziti baš na gornjoj ili donjoj granici, izračunava se i *statistička granična pogreška koja je uvijek manja od granične pogreške* (jednadžba 7).

Računalni program koji bi podržavao u dva koraka određenje raspona proračunatih energija (maksimalne i statističke) predmet su nekoga novoga rada. Iskaze u obje tablice treba ispisati u tzv. dinamičkom spreadsheet obliku, gdje se ulazne vrijednosti mogu mijenjati s istovremenom promjenom izlaznih parametara. Time se pouzdano analizira utjecaj pojedinog parametra na nesigurnost složenog modela, a procjena utjecaja pojedinih varijabli na konačni se rezultat obavlja zadovoljavajuće točno.

## ZAKLJUČAK – CONCLUSIONS

Prikazani proračun nesigurnosti složenoga modela, kakav je npr. onaj za korištenje šumske biomase (KOŠUBI), prilog je teorijskog razmatranja osnova za izradbu računalnog programa kojim bi se podržao proračun nesigurnosti ulaznih parametara u model njihovim polaznim vrijednostima, te proračunom raspona kolikoće topline iskazane maksimalnim i statističkim granicama. Zahvaljujući računalu, analiziranje utjecajnih činitelja preko ulaznih veličina i s njima unesenim nesigurnostima postaje brzo i jednostavno, s čime se spoznaje njihov utjecaj na vrijednosti krajnje proračunate energije.

Pregled europske i svjetske normacije navedenoga područja je poticaj za donošenje normiranih iskaza i postupaka.

## LITERATURA – REFERENCES

- Bego, V., 1976: Mjerenja u elektrotehnici (Poglavlje: Pogreške mjerenja, s. 23–47). 3. prošireno izdanje, Tehnička knjiga, Zagreb.
- Brezinščak, M., 1972: Mjerenje i računanje u tehnici i znanosti (Poglavlja: Temeljni pojmovi mjerne tehnike. Obrada rezultata ponovljenih mjerenja; Proračun pogreške indirektno mjerene fizikalne veličine, s. 84–163). Tehnička knjiga, Zagreb.
- Brezinščak, M., 1976: Procjenjivanje mjerne nesigurnosti razmatrane na metodama preciznog mjerenja mase. Savezni zavod za mjere i dragocjene kovine, br. 2; 1–117, Beograd.
- Brezinščak, M., 1979: Mjeriteljstvo kao dio informacijskog sustava. Zbornik Jugoslavenskog savjetovanja o nastavi mjerenja, Novi Sad, s. 1.01–1.18.
- Brezinščak, M., 1982a: Mjerna nesigurnost. Tehnička enciklopedija 8: 604–610, JLZ »Miroslav Krleža«, Zagreb.
- Brezinščak, M., 1982b: Metrologija, zakonska. Tehnička enciklopedija 8: 495–525, JLZ »Miroslav Krleža«, Zagreb.
- Brezinščak, M., 1983: Raznovrsnost pojma nosivost. Zbornik radova savjetovanja Mehanizacija šumarstva u teoriji i praksi, Opatija, s. 469–476.
- Brezinščak, M., 1984: Međunarodni definicijski rječnik (Hrvatsko-englesko-francuski). Mjeriteljsko društvo Hrvatske, Zagreb, s. 36.
- Brezinščak, M., 1989: Standardna obrada mjernih rezultata. Mjeriteljski vjesnik 7, 4/1989, 40: 913–919.
- Čubranić, N., 1967: Teorija pogrešaka s računom izjednačenja. Tehnička knjiga, Zagreb, s. 1–392.
- DIN 1319 (1980–1985): Grundbegriffe der Messtechnik: Teil 1 (1985) – Allgemeine Grundbegriffe, s. 1–6; Teil 2 (1980) – Begriffe für die Anwendung von Messgeräten, s. 1–6; Teil 3 (1983) – Begriffe für die Messunsicherheit und für die Beurteilung von Messgeräten und Messeinrichtungen, s. 1–4; Teil 4 (1985) – Behandlung von Unsicherheiten bei der Auswertung von Messungen, s. 1–18.
- DIN ISO 5725 (1981): Bestimmung von Wiederholbarkeit und Vergleichbarkeit durch Ringversuche.
- Donlagić, D., & M. Brezinščak, 1983: Teze za zakon o mjernoj službi SFR Jugoslavije. Strojarstvo 25 (5): 288–290.
- GOST 8.207 (1976), prema: Osnovnopolagajušće standarti v oblasti metrologičeskogo obespečenija (izdanje oficijalnoe), Izdatelstvo standartov, Moskva 1981, s. 1–271.
- ISO 1000–1091 (E): SI units and recommendations for the use of their multiples and of certain other units, p. 4.
- ISO 5725 (1981): Određivanje ponovljivosti i obnovljivosti kružnim usporedbama, s. 1–36.
- IUPAC, 1988: Quantities, Units and Symbols in Physical Chemistry, Blackwell Scientific Publications, Oxford.
- IUPAP, 1987: Symbols, Units, Nomenclature and Fundamental Constants in Physics (Document IUPAP 25), Physica 146 A (1987): 1–68.
- Jakupović, E., 1991: Metodologija energijske bilance za biomase. Disertacija, Ljubljana, s. 202 + 250 (prilozi disertaciji).
- Kallay, N., & T. Cvitaš, 1985: Neki nesporedaji oko fizičkih veličina i jedinica. Strojarstvo 27 (2): 99–102.
- Kraut, B., 1982: Strojarski priručnik. Tehnička knjiga, Zagreb, s. 67.
- Radić, Z., 1982: Tehnološke procjene. Savez inženjera i tehničara Hrvatske i »Školska knjiga«, Zagreb, s. 88–109 (autor poglavlja: M. Brezinščak).
- Sever, S., D. Horvat & S. Risović, 1992: Matematički model za određivanje toplinske količine šumske biomase. Sažetak predavanja savjetovanja Doprinos znanosti razvoju šumarstva Hrvatske, Brijuni, s. 41–42.
- WECC, Doc. 19–1990: Guidelines for the Expressions of the Uncertainty of Measurement in Calibrations. Delft–NL, p. 1–15.

STANISLAV SEVER & DUBRAVKO HORVAT

A CONTRIBUTION TO THE DETERMINATION  
OF UNCERTAINTY OF A COMPLEX MODEL

*Summary*

The paper deals with the problem of evaluating the uncertainty of complex model results. Since the input data of any model are certain measurement results, i.e. a value of a physical quantity determined by measurement, the evaluation marking the range of the value containing the real value of the measurand will be considered uncertainty of the result established by a model. Thus defined uncertainty of measurement will generally encompass several component parts. Some of them may be assumed by statistical distribution of the measuring chain results and can be marked by experimental standard deviation. The evaluations of other components may be based only on experience or else on other information.

The suggested procedure is complex and will in further elaboration require a creation of a computer program for supporting the processing course. A model in this case is a complex calculation with a great number of parameters determined by the calculation, experiment or otherwise, where a routine measuring procedure preceded requiring measuring uniformity. By measurement uniformity we consider a metrological situation that uses legal units, where measuring uniformity is known and expressed by probability. In case of uncertainty of a model we should therefore speak of a realization of a measuring and model uniformity, i.e. at any time and under different circumstances it is possible by different methods and scales to obtain the result of the marked uncertainty.

As an example of a complex mathematical model UOFOB (Use of forest biomass; Croatian: KOŠUBI), the suggested procedure has been suggested, and the following complex formula has been established for the energy:

$$E = \left[ 2,5 \left\{ 7,333 - \frac{A_5 \cdot d^{B5} [(1 - O\check{S}T) + O\check{S}T \cdot KL]}{A_1 \cdot d^{B1} + A_2 \cdot d^{B2} + A_3 \cdot d^{B3}} \right\} \cdot \{ A_1 \cdot d^{B1} + A_2 \cdot d^{B2} [(1 - O\check{S}T) + O\check{S}T \cdot KL] + A_3 \cdot d^{B3} \} + \{ A_6 \cdot d_p^{B6} - [A_4 \cdot d^{B4} - (A_1 \cdot d^{B1} + A_2 \cdot d^{B2} + A_3 \cdot d^{B3})] \} \cdot 2,5 \{ 7,333 - VLAGA [(1 - O\check{S}T) + O\check{S}T \cdot KL] \} \right] \cdot INT.SJ (1 - OSTAJE) \cdot \frac{NA\check{C}IN}{100} \cdot PLO\check{S}TINA$$