

# Matematički model za upravljanje šumama

---

Šegotić, Ksenija

Source / Izvornik: **Glasnik za šumske pokuse, posebno izdanje: Annales pro experimentis foresticis editio peculiaris, 1993, 4, 315 - 320**

**Journal article, Published version**

**Rad u časopisu, Objavljena verzija rada (izdavačev PDF)**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:108:012255>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-07-26**



Repository / Repozitorij:

[University of Zagreb Faculty of Forestry and Wood Technology](#)



KSENIJA ŠEGOTIĆ

## MATEMATIČKI MODEL ZA UPRAVLJANJE ŠUMAMA

### MATHEMATICAL MODEL FOR FOREST MANAGEMENT

Prispjelo: 29. XII 1992.

Prihvaćeno: 22. II 1993.

Čini se da upravljanje šumama sadrži relativno jednostavne odluke. Treba odlučiti o vremenu i iznosu sječe ili pak o poboljšanju rasta. Odabrane odluke utječu ne samo na sadašnjost nego i na budućnost

Jedna od karakteristika u šumarstvu je obuhvaćanje velikih površina, što izaziva teškoće pri izmjeri, organizaciji i transportu. Druga karakteristika je vrlo dugo vrijeme produkcije. Zbog tih karakteristika modeli koji se konstruiraju teže da budu komplicirani i nespretni.

Planiranje buduće sječe šume je samo jedan od brojnih zadataka ljudi koji upravljaju šumama, ali je bitan.

Kontrola površine i volumna kontrola su dvije klasične metode koje definiraju sječu i reguliraju šumu. Raspored sječe upotrebljava tehnike matematičkog programiranja.

**Ključne riječi:** odlučivanje u šumarstvu, linearno programiranje, model, operacijska istraživanja

## UVOD – INTRODUCTION

Operacijska istraživanja su dio primijenjene matematike koja se danas upotrebljavaju gotovo u svim granama znanosti (Phillips i dr. 1976, Zadnik 1983). Upravljanje šumama je općenito definirano kao primjena širokog spektra znanstvenih, ekonomskih i socijalnih načela da bi se riješili problemi šumskih površina (Buongiorno & Gilles 1987). Sljedeći činioci otežavaju taj rad: višekriterijalni ciljevi, nesigurnost s obzirom na dugi vremenski period potreban za proizvodnju drva, dobiti i troškovi koji se teško mogu mjeriti i kvantificirati. Ipak, upravljači šumama upotrebljavaju različite alate iz operacijskih istraživanja da donesu bolje odluke. Upotreba operacijskih istraživanja u šumarstvu proširila se nakon što je uvedena 60-tih godina, a to se pak poklopilo s razvojem digitalnih računala. Opsežan pregled objavljenih modela možemo naći u članku Bare i dr. 1984. Modeli za traženje optimalnih odluka pri uzgajanju i iskorišćivanju šuma su deterministički (Schreuder 1971, Riitters i dr. 1982) ili stohastički (Lembersky & Johnson 1975). Upotrebljavaju tehnike matematičkog programiranja: linearno, nelinearno, cjelobrojno, ciljno i dinamičko programiranje, zatim mrežno planiranje i Markove lance. Linearno programiranje i njegove varijante se često koriste.

## LINEARNO PROGRAMIRANJE LINEAR PROGRAMMING

Postoje dva razloga za upotrebu linearnog programiranja pri modeliranju u šumarstvu:

1. Mnogi se problemi mogu zadovoljavajuće smjestiti u format LP
2. Programi za LP su razvijeni i dostupni za sva osobna računala.

Osim toga velika prednost modela za LP je velik broj ograničenja koja se mogu uzeti u obzir, a da pritom računanja ne postanu nesavladiva (C o r c o r a n 1981).

Linearno programiranje upotrebljavamo pri obradi problema u kojemu tražimo ekstrem linearne funkcije cilja, nekad minimum, a nekad maksimum, s linearnim uvjetnim jednadžbama ili nejednadžbama i s dodatnim zahtjevom da varijable imaju samo nenegativne vrijednosti. Matematičku osnovu linearnog programiranja tvori linearna algebra. Matematički model za LP je sljedeći:

Treba odrediti vrijednosti varijabli

$$x_1, \dots, x_n, \text{ uz uvjet } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0$$

koje odgovaraju linearnim jednadžbama i nejednadžbama.

$$\begin{aligned} a_{11} x_1 + \dots + a_{1n} x_n &\leq b_1 \\ a_{21} x_1 + \dots + a_{2n} x_n &\leq b_2 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ a_{m1} x_1 + \dots + a_{mn} x_n &\leq b_m \end{aligned}$$

tako da funkcija cilja

$$f(x_1, \dots, x_n) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n$$

ima ekstrem, tj. minimum ili maksimum.

Svaki skup vrijednosti za varijable  $x_1, \dots, x_n$  koji zadovoljava uvjete je moguće rješenje programa za LP. Općenito, modeli imaju beskonačan broj mogućih rješenja. 1947. godine je G. B. Dantzig otkrio opću algebarsku metodu za rješavanje linearnog programiranja nazvanu simpleks metoda.

### PRIMJER UPOTREBE MATEMATIČKOG PROGRAMIRANJA MATHEMATICAL PROGRAMMING EXAMPLE

Imamo jednodobnu šumu duglazije (*Pseudotsuga taxifolia* Carr.) na 84 000 kvadratnih jedinica površine s poznatom distribucijom dobi i poznatim prihodom. (L e u s c h n e r 1990.) (tab. 1. i 2).

Želimo upravljati šumom sljedećih 60 godina. Ako vodimo računa o kontroli površine (K l e p a c 1965), tada svake godine treba posjeći 1400 kvadratnih jedinica površine. ali ne znamo koju površinu treba posjeći koje godine.

Tablica 1. Distribucija dobi šume duglazije u tisućama kv. jedinica  
 Age distribution of hypothetical Douglas-fir forest in thousands of acres

Dobni razred Age Class	Površina Total Acres	Bonitetni indeks – Site Index (50-Year Base)			
		85	105	125	145
21–30	5		5		
31–40	5		3	1	1
41–50	5		2	2	1
51–60	5			3	2
61–70	30	5	10	10	5
71–80	20	5	10	5	
81–90	12		7	5	
91–100	2			2	
	84				

Tablica 2. Tablica prihoda za prirodne sastojine duglazije  
 Yield table for natural Douglas-fir stands which are managed but with no treatment.

Dob Age	SI 85		SI 105		SI 125		SI 145	
	Kubne jed. CF (10 <sup>3</sup> )	MAI	Kubne jed. CF (10 <sup>3</sup> )	MAI	Kubne jed. CF (10 <sup>3</sup> )	MAI	Kubne jed. CF (10 <sup>3</sup> )	MAI
30	1,8	59	3,0	99	4,4	146	5,9	196
40	3,4	84	5,1	129	7,0	174	9,0	224
50	4,9	97	7,0	140	9,3	185	11,8	236
60	6,1	102	8,6	144	11,4	189	14,4	240
70	7,2	103	10,1	135	13,2	189	16,7	239
80	8,2	103	11,4	142	14,9	186	18,8	235
90	9,1	101	12,5	139	16,4	182	20,7	229
100	9,9	99	13,6	136	17,7	177	22,3	223

SI – bonitetni indeks – site index

MAI – prosječni godišnji prirast – mean annual increment.

Planirani horizont je dakle 60 godina. Uzmimo da jedan period traje 10 godina, imamo tada 6 perioda sječe. Cilj nam je dobiti što veći prihod, tj. drvenu masu.

Radimo pod sljedećim pretpostavkama:

1. Dobne razrede predstavimo s 95, 85, ..., 25 godina.
2. Prihod procijenimo za srednji bonitetni indeks.
3. Sječu obavljamo na kraju 5. godine svakog perioda.

Imamo dakle 8 sastojina i 6 perioda sječe (tablica 3).

Označimo sa  $X_{ij}$  površinu koju posijemo u  $i$ -toj sastojini u  $j$ -tom periodu sječe.  $i = 1, 2, \dots, 8$   $j = 1, 2, \dots, 6$ . Ima 48 nepoznanica koje treba odrediti da funkcija cilja bude maksimalna i da zadovoljimo uvjete ograničenja, a pritom je  $X_{ij} \geq 0$ .

## FUNKCIJA CILJA – OBJECTIVE FUNCTION

Dobijemo je iz podataka u tablici 3.

$$\begin{aligned}
 Z = & 3,2X_{11} + 6,1X_{12} + 8,3X_{13} + 10,1X_{14} + 11,6X_{15} + 12,9X_{16} + \\
 & + 6,1X_{21} + 8,3X_{22} + 10,1X_{23} + 11,6X_{24} + 12,9X_{25} + 14,1X_{26} \\
 & \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \\
 & \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \\
 & + 15,1X_{81} + 16,0X_{82} + 16,9X_{83} + 17,7X_{84} + 18,4X_{85} + 19,1X_{86}
 \end{aligned}$$

## UVJETI OGRANIČENJA CONSTRAINT FORMULATION

Iz tablice 1. dobijemo ove uvjete ograničenja:

$$\begin{aligned}
 X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} & \leq 5000 \\
 X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} & \leq 5000 \\
 \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \\
 \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \\
 X_{81} + X_{82} + X_{83} + X_{84} + X_{85} + X_{86} & \leq 2000
 \end{aligned}$$

Poštujući kontrolu površine, dobijemo još i ove uvjete ograničenja:

$$\begin{aligned}
 X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{51} + X_{61} + X_{71} + X_{81} & = 14\,000 \\
 X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} + X_{52} + X_{62} + X_{72} + X_{82} & = 14\,000 \\
 \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \\
 \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \\
 X_{16} + X_{26} + X_{36} + X_{46} + X_{56} + X_{66} + X_{76} + X_{86} & = 14\,000.
 \end{aligned}$$

Time smo postavili problem linearnog programiranja koje riješimo simpleks metodom (V a d n a l 1980). Tablica 4. daje dobivene rezultate.

Tim izborom varijabliji  $X_{ij}$  dobijemo  $1224,6 \cdot 10^6$  kubnih jedinica drvene mase.

Tablica 3. Procijenjeni prihod po jedinici površine u tisućama kubnih jedinica  
 Estimated yield per acre in thousands of cubic feet for mathematical program.

$t = 0$ Dob Age	Sastojina Stand i	Period sječe – Cutting Period, j					
		1	2	3	4	5	6
25	1	3,2	6,1	8,3	10,1	11,6	12,9
35	2	6,1	8,3	10,1	11,6	12,9	14,1
45	3	8,3	10,1	11,6	12,9	14,1	15,1
55	4	10,1	11,6	12,6	14,1	15,1	16,0
65	5	11,6	12,6	14,1	15,1	16,0	16,9
75	6	12,9	14,1	15,1	16,0	16,9	17,7
85	7	14,1	15,1	16,0	16,9	17,7	18,4
95	8	15,1	16,0	16,9	17,7	18,4	19,1

Tablica 4. Dobiveni rezultati pri matematičkom programiranju u kvadratnim jedinicama posjećene površine po sastojinama i periodima  
 Acres cut by stand number and cutting period for mathematical program.

Period sječe Cutting period	Sastojina – Stand Broj – Number	Posjećena površina Acres Cut
1	8	2000
	7	12000
2	6	14000
	3	6000
3	6	8000
	5	14000
4	5	8000
	5	5000
5	4	1000
	3	4000
6	3	5000
	2	5000
	1	5000
		<u>84000</u>

## ZAKLJUČAK – CONCLUSION

Linearno programiranje je još uvijek jedna od važnijih metoda za rješavanje problema u šumarstvu. Razvijeni su ovi modeli za LP:

- za izbor vrsta drveća za pošumljivanje,
- za zaštitu šuma protiv bolesti, životinja ili vatre,
- za organizaciju rada u šumarstvu,
- za transport.

Podaci u šumarstvu često mogu biti netočni i nerealni. Osim toga modeli su često pojednostavljeni opis stvarne situacije. Zbog toga se rezultati operacijskih istraživanja ne mogu smatrati odlučujućim čimbenikom. Oni mogu samo pomoći pri donošenju odluke.

## LITERATURA – REFERENCES

- Bare, B. B., D. G. Briggs & G. F. Schreuder, 1984: A survey of system analysis models in forestry and the forest products industries. *Eur. J. Oper. Res.*, 18:1-18.
- Buongiorno, J. & J. K. Gilless, 1987: *Forest Management and Economics*. Macmillan, New York, 285 pp.
- Corcoran, T. J., & W. Heij, 1981: *Forest Operations Analysis* Edited by T. J. Corcoran and W. Heij, Kyoto, Japan.
- Klepac, D., 1965: Uređivanje šuma. *Znanje*, Zagreb, 340 pp.
- Lembersky, M. R., & K. N. Johnson, 1975: Optimal policies for managed stands. An infinite horizon Markov decision process approach. *For. Sci.*, 21:109-122.
- Leuschner, W. A., 1990: *Forest Regulation, Harvest Scheduling, and Planning Techniques*. John Wiley & Sons, Inc. New York, 1-41.
- Phillips, D. T., A. Ravindran & J. J. Solberg, 1976: *Operations Research: Principles and Practice*. John Wiley & Sons, Inc. New York, 585 pp.
- Riitters, K., J. D. Brodie & D. W. Hann, 1982: Dynamic programming for optimization of timber production. *For. Sci.*, 28:517-526.
- Schreuder, G. F., 1971: The simultaneous determination of optimal thinning schedule and rotation for even-aged forest. *For. Sci.*, 17:333-338.
- Vadnal, A., 1980: Primjena matematičkih metoda u ekonomiji. *Informator*, Zagreb, 145-206.
- Zadnik, L., 1983: Operacijska raziskovanja. *Biotehniška fakulteta, Ljubljana*, 175 pp.

## KSENIJA ŠEGOTIĆ

### MATHEMATICAL MODEL FOR FOREST MANAGEMENT

#### *Summary*

Forest management seems to consist of relatively simple decisions such as those related to time, felling volume or growth improvement. The decisions made so far will influence both the present and the future time.

A characteristic feature of forestry are large areas connected with difficulties at land surveying, organization and transport. Another feature is the long production time. Owing to these two characteristics, the constructed models have a tendency to be complicated and awkward.

Planning future felling, though a significant task, is just one among many things forest management staff has to deal with.

Area control and volume control are two classical methods defining the felling and regulating the forest. The felling schedule uses techniques of mathematical programming.