

# Numeričko bonitiranje šumskih stojbina

---

Mihajlov, Ilija

Source / Izvornik: **Glasnik za šumske pokuse: Annales pro experimentis foresticis, 1940, 7, 57 - 102**

Journal article, Published version

Rad u časopisu, Objavljena verzija rada (izdavačev PDF)

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:108:438203>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-09-28**



Repository / Repozitorij:

[University of Zagreb Faculty of Forestry and Wood Technology](#)



ILIJA S. MIHAJLOV:

# Numeričko bonitiranje šumskih stojbina

(APPRÉCIATION NUMÉRIQUE DE LA BONTÉ  
DES STATIONS FORESTIÈRES)

## DISERTACIJA

### SADRŽAJ (SOMMAIRE)

- I. Uvod (Introduction)
- II. Povjesni razvoj metoda bonitiranja šumskih stojbina (Développement historique des méthodes de la classification des stations forestières)
- III. Osnovni materijal (Matériaux fondamentaux)
- IV. Istraživanje (Recherches)
  1. Općenito (Généralités)
  2. Bonitetni indikator  $k = \frac{a}{b}$  (L'indicateur de bonté  $k = \frac{a}{b}$ )
  3. Drugi bonitetni indikatori (Autres indicateurs)
    - a) Maksimalni tečajni visinski prirast (Maximum de l'accroissement courant en hauteur)
    - b) Maksimalni poprečni visinski prirast (Maximum de l'accroissement moyen en hauteur)
  4. Izračunavanje bonitetnih indikatora (Supputation des indicateurs)
    - a) Funkcija 2 (Fonction 2)
    - b) Funkcija 3 (Fonction 3)
  5. Izračunavanje parametara funkcije rastenja (Détermination des paramètres)
  6. Bonitetni indikatori kod nekoliko krivulja rastenja dobivenih pomoću stabilnih analiza (Conduites des indicateurs dans quelques autres cas de leur utilisation)
- V. Zaključak (Conclusion)
- VI. Literatura (Littérature)
- VII. Résumé

### I. UVOD

Sa šumarskog gledišta pod nazivom »stojbina« (Standort) razumijeva se ono mjesto, na kojemu raste jedna asocijacija drveća, čije je rastenje zavisno od mnogo faktora, koji su karakteristični za ovo mjesto. Ovi faktori, koji se zovu »stojbinski faktori« (Standortsfaktoren), mogu da se razdijele po svojoj suštini na slijedeće 4 grupe:

1. Edafski faktori. Ovamo pripadaju sva fizička i kemijska svojstva tla kao i njegova dubljina.

2. Klimatski ili atmosferski faktori. Ovamo ulazi toplina zraka, svjetlost, količina oborina i vjetrovi.

3. Orografički ili reljefni faktori. Među ove faktore ubraja se nadmorska visina, geografska širina, ekspozicija i nagib tla.

4. Biološki faktori. U ovu grupu pripadaju svi niži i viši biljni i životinjski organizmi.

Ovo mnoštvo faktora obrazuje u svakom konkretnom slučaju međusobno komplicirane kombinacije. Prevladavaju li jedni od ovih faktora i nedostaju li drugi, stvaraju se bolji ili lošiji uslovi za rastenje drveća. Drugim riječima, svaka konkretna kombinacija stojbinskih faktora opredjeljuje »dobrotu« ili, kako se još kaže, »bonitet« stojbine.

Sada se pod bonitetom stojbine razumijeva sposobnost stanovitog tla da proizvede pod normalnim uslovima i za određeno vrijeme stanovitu količinu drvne mase po jedinici površine (obično po 1 hektaru). Dakle u šumsko-gospodarstvenom pogledu pojam stojbinskog boniteta je više kvantitativnog nego kvalitativnog karaktera.

Određivanje stojbinskog boniteta ima veliku važnost kod pošumljivanja, kod uzgajanja i planiranja kao i kod procjena šuma.

U šumarskoj literaturi predložene su mnoge metode za bonitiranje šumskih stojbina. Kako će se vidjeti iz slijedećeg odsječka, mi do danas ne raspolazemo ni s jednom metodom bonitiranja, koja bi nas kako treba zadovoljila. To je uzrok, da se pokusi, kako bi se našla neka bolja metoda bonitiranja, neprestano ponavljaju. Ova je radnja također pokušaj za rješene ovog pitanja.

## II. POVJESNI RAZVOJ METODA BONITIRANJA ŠUMSKIH STOJBINA.

Razvitak metoda za bonitiranje šumskih stojbina usko je povezan sa pojavom i usavršivanjem prihodnih tabela (Ertrags-tafeln). Pri sastavljanju prve ovakove tabele kategorisanje šumskih zemljišta po stojbinskim bonitetima osnivalo se samo na kvaliteti tla. Još 1848. god. grof Vargas de Bedemar u svojoj knjizi »Istraživanje zaliha i prirasta šumskih stojbina u Petrogradskoj guberniji« (1) karakterizira svaki bonitet sa kvalitetom tla. Kasnije, u 1880. god., Weise (2) pri izradivanju prihodnih tabela za bor dao je potpunu karakteristiku tla na svim po njemu istraženim stojbinama (njih 396 na broju), i to opet u svrhu njihova razdjeljenja po stojbinskom bonitetu.

Samo godinu dana kasnije Braza (3), razmatrajući vezu, koju je između kvalitete tla i boniteta stojbine ustanovio Weise, dokazuje, da ova veza nije čvrsta. On (Braza) dokazuje, da u jednoj te istoj boniteti stojbine mogu da budu zastupana tla vrlo različitih kvaliteta kao i da tla jednakih kvaliteta mogu da budu zastupana u različitim bonitetima stoj-

bine. Ova ideja, da se šumsko zemljište bonitira po kvaliteti tla, napušta se vrlo rano i pažnja se skreće na čisto dendrometrijske elemente sastojina. Od ovog vremena datira transformacija pojma stobinskog boniteta iz kvalitativnog (kvaliteta tla) u kvantitativni.

U prvo vrijeme kao mjerilo boniteta uzima se količina drvene mase, koja se nalazi na jedinici površine. Tako na primjer, savez njemačkih pokusnih stanica u 1888. god. primio je za mjerilo bonitiranja drvnu masu sastojine kod 100-godišnje starosti.

No ovaj način bonitiranja, ma da izgleda na prvi pogled logičnim i laganim, ima dosta nedostataka: kod jednog te istog boniteta drvena masa u stogodišnjoj sastojini može da bude vrlo različita, već prema većoj ili manjoj udaljenosti sastojine od »normalnog stanja«. Određivanje drvene mase vezano je sa mnogo posla i poteškoća. Najzad, veoma je teško i nesigurno odrediti, kakva će biti drvena masa jedne mlade sastojine, kad dostigne starost od 100 god. Zato je ovaj metod bonitiranja u današnje doba izgubio svoje značenje.

Skoro u isto vrijeme pažnja se posvećuje srednjoj visini sastojine kao mjerilu za bonitet stobine. Još u 1765. godini Öttert je ustanovio, da visina drveta pokazuje dobrotu tla. Ova je misao bila dugo vremena podcijenjena; moralo je proći više od jednog stoljeća da bude pravilno ocijenjena. Tek u 1876. god. Baur (4) predlaže, da se kao mjerilo za bonitet stobine upotrebljava poprečna visina sastojine. Na osnovu ovog mjerila izgrađena je većina prihodnih tabela i ovo mjerilo danas isključivo služi u praksi.

U šumarskoj literaturi postoje vrlo protuslovna mnijenja o lošim i dobrim stranama ove metode. Skoro u isto doba Schuberger (5, 6, 7 i 8) nalazi, da srednja visina sastojine kod određene starosti nije siguran indikator za bonitet, jer ova visina zavisi osim od boniteta još i od gustoće sastojine, koja se izražuje brojem stabala; u gustim sastojinama visina je drugačija nego u rijetkim, makar da je bonitet isti. Zato Schuberger predlaže, da se kao indikator boniteta osim srednje visine uzme još i broj stabala sastojine kao i sumarna temeljnica i poprečni promjer u visini prsiju. Malo kasnije se na istom pitanju zadržao i Philipp (9). On nalazi, da jedna te ista masa kod konkretne starosti može da odgovara trima sasvim različitim visinama. Tako na pr. 100-godišnje borove sastojine I-og boniteta, koje imaju zalihu od 763 kubna metra, mogu da budu grupirane u tri grupe sa visinom od 32,3, 29,5 i 26,6 m. Ove tri grupe odgovaraju trima stepenima gustoće: najviše sastojine su one sa najmanjom gustoćom, srednje visoke su normalno guste, a najniže su najgušće.

Razlike u poprečnim visinama po Philippu, a za jedan te isti bonitet, tako su velike, da ako se bonitira samo na os-

novu ovih visina, to bismo za svaki bonitet morali odrediti napose rijetke, normalne i guste sastojine. Ova istraživanja Philippa naišla su na vrlo ozbiljnu kritiku sa strane Schwap-pacha (10). Protuslovlje između boniteta i visine sastojine dolazi prema Schwap-pachu uslijed toga, što su sastojine bile proređivane po sasvim različitim stepenima. Ako se uporede srednje visine sastojina jednog te istog boniteta i starosti, koje su bile proređivane jednako, to prema Schwap-pachu ne mogu da se nađu velike razlike u srednjoj visini. Bonitiranje po ovoj visini odgovaralo bi potpuno bonitiranju po masi.

Sve ovo navodi na ideju, da se kao indikator za bonitet stojbine uzme ne poprečna visina stabala cijele sastojine, već samo poprečna visina najjačih stabala (Bestandesoberhöhe). Najbolje izražuje ovu ideju W. Kajanus (11). On veli, da se vladajuća stabla u jednoj sastojini obično razvijaju nezavisno od drugih stabala i uslovi za njihov razvoj mogu uzgojnim mjerama, specijalno načinom prorede da se promijene samo u neznatnoj mjeri.

Vrlo je interesantan Weiseov (12) pokušaj određivanja stojbinskog indikatora iz odnosa sastojinske drvene mase i poprečne visine. Taj indikator ima oblik:  $\frac{V}{H}$ . Međutim glavni

je njegov nedostatak u tome, što u jednoj sastojini promjena u zalihi ne stoji uvijek u proporcionalnoj vezi sa promjenom u visini. Ovo je pitanje istražio Flury (13). On je ispitivao rasteenje jedne smrekove sastojine kroz 15 godina, te je u tom vremenu izveo u različitim dijelovima 4 različita stupnja proređivanja. Na koncu je dokazao, da bi se, ako se bonitira po

faktoru  $\frac{V}{H}$ , različiti dijelovi te sastojine morali odnositi na sasma različite bonitete stojbine, dok po visini i masi svi ovi dijelovi sastojina pripadaju u jedan te isti bonitet.

Ovdje je spomena vrijedan predlog Schiffel-a (14), da se kao indikator boniteta istodobno i usporedo sa poprečnom visinom sastojine upotrebljava tzv. »karakteristika sastojine«

$\left(\frac{N}{d}\right)$ , gdje je  $N$  broj stabala u sastojini, a  $d$  prsni promjer srednjeg stabla.

U novije vrijeme predložio je Gehrhardt (15 i 16) posve originalnu metodu ove vrsti, koja se zove »gh-bonitiranje«, a temelji se na t. zv. »gh-liniji«. Ova linija dobiva se, ako se na apseisnu os nanese temeljnica ( $g$ ) srednjih stabala raznih debljinskih stepena, a na ordinatnu umnošci tih temeljnica s odgovarajućim visinama ( $gh$ ). Odatle se dobije »linija gh«, koja približno ima oblik pravca, a koja bi se analitički mogla izraziti jednadžbom  $y = ax - b$ . Kut  $\alpha$ , koji ta linija zatvara

sa apscisnom osi, a koji odgovara parametru  $a$  u spomenutoj jednadžbi, veći je kod boljih, a manji kod lošijih stobina. Zato G e h r h a r d t drži, da ovaj kut može dobro poslužiti kao indikator bonitiranja. Po g. prof. L e v a k o v i ć u (17), kut  $\alpha$ , resp. parametar  $a$ , ne može biti određen, ako se ne odredi i negativni parametar  $b$ , a taj je ovisan kako od boniteta stobine tako i od starosti sastojine. Radi toga kao indikator bonitiranja moraju se uzeti oba ova parametra. Uprkos tomu što G e h r h a r d t predlaže ovu metodu bonitiranja, ipak je nije uveo u svoje prihodne tabele, gdje se bonitiranje vrši po poprečnim visinama sastojine.

Spomenutoj S c h i f f e l o v o j metodi bila bi donekle slična metoda, koju je g. 1927 stavio u izgled g. prof. L e v a k o v i ć (17). On je u ovom pogledu izveo 2 formule, jednu za smreku:

$$S = \frac{2h}{d \cdot \log 0.1 N} - 70$$

i drugu za bor:

$$S = \frac{h}{d \cdot \log 0.01 N} - 34$$

Po tim formulama dao bi se izračunati bonitet stobine, ako nam je poznata poprečna visina sastojine ( $h$ ), poprečni prsni promjer ( $d$ ), poprečna starost ( $a$ ) i broj stabala po jedinici površine ( $N$ ). Formule su izvedene na osnovu podataka, koje su u Saksoniji sabrali K u n z e, B u s s e i J a e h n, te F r i t s c h e. Pitanje besprikornog načina za bonitiranje stobina označio je pri tom g. prof. L e v a k o v i ć još uvijek kao neriješeno. G. 1935. istaknuo je on novu jednu ideju za određivanje indikatora bonitiranja. U svojoj radnji »Analitički oblik zakona rastjenja« (18) izveo je kao matematički izraz za zakon rastjenja drveća i sastojina osnovnu funkciju:

$$y = a \left( \frac{x^d}{b + x^d} \right)^c \quad \dots \quad (1)$$

koju je na drugoj jednoj bazi ponovno izveo 1938. godine (19), a iz koje uz izvjesne uslove izlaze ujednostavnjene funkcije:

$$y = a \left( \frac{x}{b + x} \right)^c \quad \dots \quad (2)$$

$$y = a \frac{x^d}{b + x^d} \quad \dots \quad (3)$$

Prva se od ovih ujednostavnjenih funkcija dobiva, ako se u osnovnu funkciju uvrsti  $d = 1$ , a druga, ako se u osnovnu funk-

ciju uvrsti  $c = 1$ . Nezavisna varijabila u svim trima funkcijama je starost stabla ili sastojine. Razmatrajući 1935. g. pitanje izračunavanja parametara za prvu funkciju, g. profesor navodi kao primjer rezultate izračunanih parametara ove funkcije za rasteenje tirolske smreke po *Guttenbergu* (20) i to na I. i V. bonitetu. Iz upoređivanja ovih parametara jasno proizlazi, da se oni međusobno mnogo razlikuju. Ovim je povodom g. profesor došao na ideju, da bi se bonitiranje moglo vršiti na osnovu krivulja rasteenja u visinu, dobivenih iz visinskih analiza izvjesnog broja najjaćih stabala dot. na osnovu indikatora  $A' = a \cdot b \cdot c \cdot d$ , gdje su  $a, b, c$  i  $d$  parametri osnovne funkcije. Ovaj izraz nazivlje on koeficijentom prirasta.

S obzirom na potrebu dugotrajnog računanja pri upotrebi prve funkcije smatra g. profesor na spomenutom mjestu, da bi za bonitiranje mogla eventualno da dođe u obzir zadnja od gore navedenih triju funkcija, koju smatra nešto praktičnijom, pa i (s čisto teoretskog gledišta) boljom od druge funkcije. U ovom posljednjem pogledu (u pogledu teoretske kvalitete) nije se ipak izrazio kategorički.

God. 1938. g. prof. *Levaković* (21) ponovno se vraća na ideju upotrebe parametara funkcija rasteenja u svrhu određenja indikatora za bonitiranje. Ovdje on obraća pažnju prethodno samo na funkciju 2 pridržavajući si da funkciju 3 ispita pitanje drugom kojom zgodom.

I kod ovih svojih istraživanja osvrće se g. profesor na spomenute *Guttenbergove* visinske krivulje za I. i V. bonitet. Na osnovu parametara funkcije 2 izračunanih za I. i V. bonitet dolazi g. profesor do zaključka, da pri upotrebi ove funkcije ne može više — kao indikator boniteta — da dođe u obzir produkt analogan prednjem produktu  $abcd$ , već kvocijent:

$$k = \frac{a}{b}$$

Za I. *Guttenbergov* bonitet taj kvocijent iznosi 51.3, a za V. bonitet 9.1. Prema ovim dvjema iznosima moglo bi se očekivati, da se na V. bonitetu indikator  $k$  kreće od 5—15, na IV. bonitetu od 15—25, na III. bonitetu od 25—35, na II. bonitetu od 35—45 i na I. bonitetu od 45—55.

Praktično provadanje bonitiranja zahtijevalo bi i po indikatoru  $k$  provedbu visinskih analiza na izvjesnom broju najjaćih stabala u sastojini (radi izlučivanja upliva sastojinske gustoće). Izvođenje ovih analiza vezano je s mnogim poteškoćama i gubitkom vremena. Da bi se to mimoišlo, g. profesor je izrazio mišljenje, da bi možda bilo bolje, da se kod izračunavanja indikatora  $k$  ne upotrebljuju visinske krivulje prema starosti, već visinske krivulje prema prsnim promjerima. Ovu mogućnost on je ispitao na podacima dviju borovih i dviju smrekovih sastojina, koje je izmjerio

Kunze. U borovim sastojinama indikator  $k$  za bolji bonitet (u reviru Reudnitz) iznosi 291, a za slabiji bonitet (u reviru Markersbach) 114. U smrekovim sastojinama za bolji bonitet (u reviru Wermsdorf) indikator iznosi 158, a za slabiji bonitet (u reviru Nassau und Altenberg) 102.

Rezultate svojih istraživanja u pogledu spomenutog indikatora nije ipak smatrao g. profesor potpuno sigurnima. Daljnja ispitivanja u ovom pogledu povjerio je meni kao i to, da u što većem opsegu ispitam odnos između ujednostavnjenih funkcija 2 i 3, kako u pogledu točnosti tako i u pogledu praktičnosti. Zahvaljujem g. profesoru na povjerenju kao i na pomoći, koju mi je pružao pri tom poslu.

Dosad razmotrene metode bonitiranja kao i pokušaji za njihovo usavršenje mogu se razdijeliti u dvije grupe i to: 1. kvalitativne metode, koje se osnivaju na kvaliteti stojbinskih faktora ili bolje rečeno na kvaliteti tla; 2. dendrometrijske metode, koje se osnivaju na temelju nekih dendrometrijskih elemenata sastojine. Ovdje valja istaknuti, da se u šumarskoj literaturi tretira, a u šumarskoj praksi nekih sjeverno-evropskih država (Finska, Švedska, Rusija) provodi jedna treća metoda bonitiranja stojbina. Ona spada u grupu metoda, koje se mogu nazvati florističkima. Osnivaju se na t. zv. tipovima šuma, koji se određuju po sastavu prizemne (sitne) flore u sastojini.

Stvaralac nauke o tipovima šuma je C a j a n d e r (22—25). Prema spomenutoj nauci određuje se kvalitet stojbine pomoću šumskih tipova. No mora se odmah napomenuti, da svi istraživači na ovom području nisu jednodušni s ovim mišljenjem. Tako na pr. M o r o z o v (26) i K r ü d e n e r (27), koji su proširili ovu nauku u Rusiji i to ne u obliku tipova šuma nego u obliku tipova sastojine, smatraju da se ovi tipovi odlikuju čisto šumsko-biološkim osobinama. Oni predočuju u glavnom kvalitetne karakteristike, koje ne mogu poslužiti za određivanje kvantitativnog karaktera boniteta stojbine. Po M o r o z o v-u, a i po K r ü d e n e r-u bonitiranje stojbine treba i dalje da se vrši po poprečnoj visini sastojine.

### III. OSNOVNI MATERIJAL

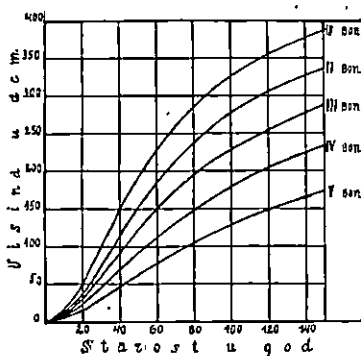
Kao osnovni materijal za ovdješnja ispitivanja uzeti su podaci poprečnih visina za smrekove sastojine u Tirolu, publikovani u prihodnim tablicama G u t t e n b e r g a (20). Ti su podaci prikazani u tablici 1. Na temelju njih konstruisane su krivulje visinskog rastenja, prikazane na sl. 1.

Da provjerimo i dopunimo istraživanje, uzeli smo kao daljnji osnovni materijal još i podatke za rastenje u visinu iz 178 G u t t e n b e r g o v i h i S c h w a p p a c h o v i h stabalnih analiza. Od tih je stabala 137 smrekovih, 41 hrastovo (lužnjak

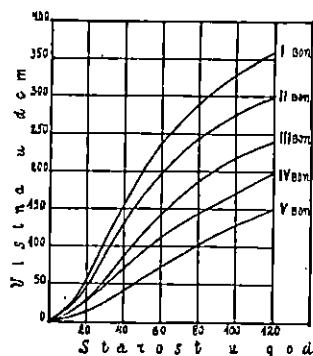


Tabela 1

Starost	V i s i n a u d e m				
	I bonitet	II bonitet	III bonitet	IV bonitet	V bonitet
10	14	11	9	7	3
20	53	41	32	24	13
30	100	78	61	45	28
40	147	116	92	66	44
50	190	153	123	91	61
60	228	186	150	112	77
70	260	215	174	132	92
80	287	240	195	149	106
90	310	261	213	165	119
100	329	279	229	180	131
110	345	294	243	194	142
120	358	307	256	207	152
130	370	319	268	219	161
140	381	330	279	230	169
150	391	340	289	240	177



SI. 1.



SI. 2.

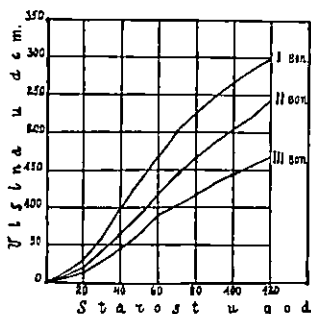
i kitnjak). Od smrekovih je 107 iz Tirola, a 30 iz Južnog Tirola (Paneveggio). Hrastova stabla su iz raznih njemačkih krajeva. Podaci analiza za smrekova stabla publikovani su u spomenutoj Guttenbergovoj knjizi, a za hrastova stabla u

Tabela 2

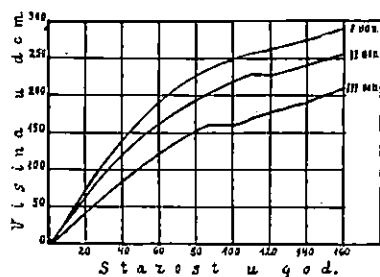
Glasnik za šumsko poljuse

Vrste drveća	Boniteti	Poprečna visina u dm. kod starosti od godina:															
		10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160
Smreka iz Tirola	I	15	56	107	156	200	237	266	292	312	331	345	358				
	II	13	47	90	131	167	199	224	244	261	280	289	301				
	III	9	29	57	88	118	145	169	190	208	221	235	245				
	IV	9	26	50	72	94	114	131	146	160	174	187	199				
	V	6	13	28	44	60	74	89	105	119	133	141	150				
Smreka iz Paneveggia	I		30	62	99	135	168	199	225	247	267	285	300				
	II		20	43	66	92	118	143	165	186	203	220	235				
	III		13	29	45	65	89	108	117	132	145	156	168				
Hrast	I	29	72	108	138	167	192	212	228	240	249	256	263	268	274	232	290
	II	31	63	94	118	141	161	179	195	208	218	227	236	233	241	248	255
	III	17	40	62	85	103	122	137	150	162	162	171	178	185	192	201	210

5  
 Gmundenberg, str. 103. p: 37, 37, 34, 37, 37, 37, 37, 36, 28, 21, 17, 11



Sl. 3.



Sl. 4.

knjizi Schwappacha »Massentafeln für Eiche« (28). Analizirana stabla tirolske smreke razdijeljena su u 5 bonitetnih razreda: 21 stablo pripada I-om bonitetu, 37 stabala II-om, 20 stabala III-em, 21 stablo IV-om i 8 stabala V-om bonitetu. Smrekova stabla iz Paneveggia razdijeljena su u 3 boniteta: 18 njih potječe iz I-og, 9 iz II-og, a 3 stabla iz III-eg boniteta. Analizirana stabla hrasta razdijeljena su također u 3 bonitetna razreda; 6 ih je iz I-og, 26 iz II-og i 9 iz III-eg boniteta. Kod smrekovih analiziranih stabala uzeli smo u obzir podatke za rasteenje u visinu samo do 120 godina, a kod hrastovih do 160 godina. Posebno za svaki bonitet izračunane su aritmetičke sredine iz visina sviju stabala u bonitetu. Srednje visine navedene su u tabeli 2. Krivulje rasteenja u visinu, konstruisane na osnovu podataka ove tabelle prikazane su za tirolsku smreku na slici 2, za smreku iz Paneveggia na slici 3, za hrast na sl. 4.

Između krivulja na sl. 1 i krivulja na sl. 2 bitna je razlika u tome, što su krivulje na sl. 1 izjednačene po dosta komplikovanom načinu, koji je opisan kod Guttenberga, dok su krivulje na sl. 2 zapravo izvornije. Krivulje na sl. 1 kao i one na slikama 2, 3 i 4 služe kao osnova za daljnja razmatranja.

## IV. ISTRAŽIVANJE

### 1. Općenito.

Poznato je, da je produktivnost šumske stojbine, izražena količinom sastojinske drvne mase u određenoj dobi, funkcija boniteta stojbine. Sa praktičnog i gospodarskog gledišta najzgodnije je, da upotrijebimo takovu mjeru za bonitet, da bi spomenuta funkcija bila linearna. U tom slučaju krivulje rasteenja sastojine po masi bile bi za pojedine bonitete ekvidistantno raspoređene. Tako na pr., ako je za jednu izvjesnu vrstu ustanovljeno, da na I. bonitetu normalna sastojina u

100-godišnjoj starosti ima 1000 m<sup>3</sup> drvene mase, a na V. bonitetu 200 m<sup>3</sup>, to je najzgodnije uzeti — naravno kod istih uslova — da k II. bonitetu pripadaju sastojine sa 800 m<sup>3</sup>, k III. bonitetu sastojine sa 600 m<sup>3</sup> i IV. bonitetu sastojine sa 400 m<sup>3</sup>.

S druge strane, dugogodišnjim istraživanjima i pokusima utvrđeno je, da je produktivnost šumskih stobina linearno-funkcionalno vezana sa poprečnim visinama sastojine. U ovom slučaju čim su krivulje rastenja po masi međusobno ekvidistantne, to i krivulje rastenja u visinu moraju isto tako da budu međusobno ekvidistantne. Tako na pr. ako sastojina I-og boniteta u 100-godišnjoj starosti ima masu od 1000 m<sup>3</sup> i srednju visinu od 40 m, a sastojina V-og boniteta ima masu od 200 m<sup>3</sup> i visinu od 20 m, to će sastojine II, III i IV. boniteta imati visinu 35, 30 i 25 m, u koliko drvna masa tih sastojina kod normalnih uslova iznosi 800, 600 i 400 m<sup>3</sup>. Na osnovu ovog shvaćanja izradene su skoro sve postojeće prihodne tabele.

U prihodnim tabelama dodaju se brojevanim tabelarnim podacima i sastojinske visinske krivulje. Zadaća je tih krivulja, da pomoću njih možemo odrediti bonitet stobine dotično sastojine, ako znamo sastojinsku starost i visinu. Glavni je nedostatak ove metode bonitiranja, što tu ne postoji jedan jedini brojevanj indikator za bonitet. Ako se pak kao indikator boniteta uzme visina sastojine kod određene starosti, to je velik nedostatak tog indikatora u tome, da je ovisan od starosti sastojine. Drugim riječima, kod različitih starosti jedne te iste sastojine taj bi indikator imao sasama različite vrijednosti.

Bonitiranje pomoću jednog indikatora, a na osnovu krivulje rastenja u visinu dobivene iz visinskih analiza nekolicine elitnih stabala sastojine moglo bi se postići, ako bi se pronašao neki brojevanj izraz, koji bi karakterizirao udaljenost tih visinskih krivulja od apscisne osi. Kako smo već spomenuli, u prihodnim tabelama krivulje rastenja u visinu za različite bonitete u glavnom su međusobno ekvidistantno rasporedene. S obzirom na to i traženi indikator morao bi u glavnom da ima ekvidistantne vrijednosti za pojedine bonitete. Ili drugim riječima, takav indikator morao bi biti u linearno-funkcionalnoj vezi sa bonitetom stobine. Ovo je — držim — prvi i glavni uslov, koji se iz praktičkih razloga traži od svakog bonitetnog indikatora. Zbog toga ću ovdje pokušati da utvrdim, do kojih granica svaki od razmotrenih indikatora bonitiranja odgovara ovom uslovu.

$$2. \text{ Indikator } k = \frac{a}{b}$$

Spomenuli smo, da je g. prof. Levaković na osnovu svojih opažanja došao do mišljenja, da bi kod primjene funkcije 2 na rasteenje sastojina trebao ulogu indikatora da dobije

izraz  $\frac{a}{b}$ . Od interesa je ispitati, da li su veličine ovog indikatora, izračunane za pet međusobno podjednako raspoređenih krivulja rastenja isto tako međusobno ekvidistantne. Ovo ispitivanje obavili smo posluživši se Guttenbergovim krivuljama rastenja u visinu za tirolsku smreku, prikazanim na sl. 1. To su iste krivulje, s kojima se djelomično (za I. i V. bonitet) poslužio i g. prof. Levaković kod određivanja odnosa  $\frac{a}{b}$

Parametre funkcije 2 za spomenute dvije krivulje rastenja izračunao je g. profesor po metodi najmanjih kvadrata, a način rada opisan je vrlo jasno u njegovoj studiji »O izgledima i mogućnostima numeričkog bonitiranja stajbina« (21). Na isti način izračunao sam parametre iste funkcije za krivulje II-og, III-eg i IV-og boniteta. Parametri  $a$ ,  $b$ ,  $c$  kao i iznosi indikatora  $k = \frac{a}{b}$  navedeni su u tabeli 3.

Tabela 3

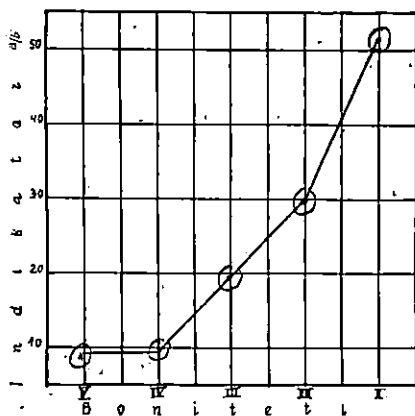
Parametri i indikator	Boniteti				
	I	II	III	IV	V
a	582.422	540.824	486.857	480.908	362.717
b	11.409	18.155	24.737	51.680	39.815
c	5.4117	4.0153	3.4175	2.3512	3.0428
$k = \frac{a}{b}$	51.31	29.79	19.68	9.31	9.11

U ovoj tabeli vidi se, da ekvidistantnost između veličina indikatora kod svih pet boniteta ne postoji. Još jasnije se to vidi u tabeli 4.

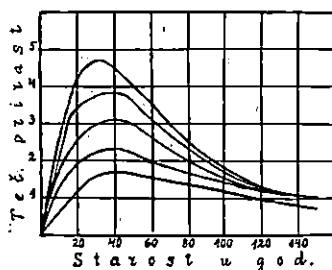
Iz ove tabele vidimo, da distancija između indikatora za I. i II. bonitet iznosi 21.52, za II. i III. 10.11, za III. i IV. 10.37 i za IV. i V. samo 0.20. Srednjo-aritmetička distancija iznosi 10.55. Prema tome distancija između I. i II. boniteta je za 104% veća od srednjo-aritmetičke distancije, između II. i III. boniteta za 4% manja, između III. i IV. boniteta za 2% manja, a između IV. i V. za 98% manja. To znači, da su između II. i III. i između

Tabela 4

Boniteti	Indikatori $k = \frac{a}{b}$	Distancije između susjednih boniteta	Razlike između srednje aritmetške distancije i stvarnih distancija	
			apsolutne	relativne u %
I	51·31	21·52	+ 10·97	+ 104
II	29·79			
III	19·68	10·11	- 0·44	- 4
IV	9·31	10·37	- 0·18	- 2
V	9·11	0·20	- 10·35	- 98
Aritmet. sredina		10·55		



Sl. 5.



Sl. 6.

među III. i IV. boniteta distancije indikatora skoro jednake srednjo-aritmetškoj distanciji, a distancija između I. i II. boniteta da je sa više od 2 puta veća, te da između indikatora za IV. i V. bonitet skoro ne postoji distancija. Odavle se može zaključiti, da indikator  $\frac{a}{b}$  ne odgovara postavljenom uslovu.

On doduše uporedo sa bonitetom raste također, kao što to pokazuje tabela 4, ali to raste nije linearno. Na slici 5. prikazani su na apscisnoj osi bonitetni razredi po Guttenubergu, a na ordinatnoj osi veličine indikatora  $k = \frac{a}{b}$  za svaki bonitet.

I na toj slici vidi se, da odnos između indikatora i boniteta nije linearan, jer indikator tvori jednu nepravilnu krivulju, konveksnu prema dolje.

U potrazi za razlogom ovoj pojavi ustanovili smo, da je ovoj okolnosti kriva velika osjetljivost izraza  $\frac{a}{b}$  prema nepravilnosti krivulja rasteња, jer zapravo Guttenbergove krivulje rasteња na sl. 1 nisu posve pravilno i analogno građene. Vidi se to već po nejednakim distancijama između njih (naročito na desnom kraju), a i po stepenu savinutosti. Tako je na pr. krivulja IV-og boniteta savinuta vidno slabije, nego što bi to u poređenju sa ostalim krivuljama smjelo da bude. A baš je ujedno njezina udaljenost (na desnom kraju) od krivulje za V. bonitet znatno veća nego ikoja druga udaljenost na istom kraju. To izlazi i iz upoređivanja brojaka u tabeli 1, a to je ujedno i razlog, da je iznos indikatora za krivulju IV-og boniteta ispaao tako malenim. S druge strane krivulja za I. bonitet razmjerno je znatno jače savinuta od svih ostalih (naročito na donjem kraju), što je pak prouzročilo prevelik indikatorski iznos za taj bonitet.

### 3. Drugi bonitetni indikatori.

Kad je ustanovljen ovaj nedostatak indikatora  $\frac{a}{b}$ , povjerio nam je g. prof. Leva k o v i ć zadaću, da ispitamo, kako bi se kao indikator boniteta mogao da ponaša *maksimalni prirast u visinu* i to s jedne strane maksimalni tečajni, a s druge strane maksimalni p o p r e č n i prirast. Izjavio je, da bi ta dva prirasna iznosa, koji nastaju u doba kulminacije dotičnih prirasnih krivulja, morala svakako da budu manje uplvisana od nepravilnosti krivulja, nego što je to slučaj kod kvocijenta  $\frac{a}{b}$

Još je pri tom istaknuo, da obadva ta prirasna iznosa imaju ono svojstvo, koje se naročito baš i traži od stojbinskog indikatora, t. j. da predstavljaju — svaki od sebe — jedan jedinstveni bročani iznos od reprezentativnog značenja za cijeli život sastojine na izvjesnom bonitetu. Kulminacioni iznosi dotičnih prirasta imali bi da se izračunavaju iz prirasnih funkcija, koje izlaze iz navedenih funkcija rasteња.

Pristupili smo dakle ovom novom ispitivanju i ovdje ćemo da prikazemo rezultate toga ispitivanja. Ono je izvedeno najprije grafički, a onda računski.

#### a) *Maksimalni tečajni prirast u visinu.*

I ovdje smo uzeli za bazu istraživanja Guttenbergove krivulje rasteња, prikazane na sl. 1. Najprije smo izračunali maksimalni tečajni prirast za svaki bonitet. To smo učinili tako, da smo najprije izračunali tečajni prirast za sredinu

svakog decenija (zapravo tzv. poprečni periodički prirast). Dobiveni podaci uvršteni su u tabelu 5., gdje su kategorisani po starosti (kroz decenije) i po bonitetu.

Tabela 5

Starost	Tečajni visinski prirast u dem.				
	I bonitet	II bonitet	III bonitet	IV bonitet	V bonitet
5	1.4	1.1	0.9	0.7	0.8
15	3.9	3.0	2.8	1.7	1.0
25	4.7	3.7	2.9	2.1	1.5
35	4.7	3.8	3.1	2.3	1.6
45	4.3	3.7	3.1	2.3	1.7
55	3.8	3.3	2.7	2.1	1.6
65	3.2	2.9	2.4	2.0	1.5
75	2.7	2.5	2.1	1.7	1.4
85	2.3	2.1	1.8	1.6	1.3
95	1.9	1.8	1.6	1.5	1.2
105	1.6	1.5	1.4	1.4	1.1
115	1.3	1.3	1.3	1.3	1.0
125	1.2	1.2	1.2	1.2	0.9
135	1.1	1.1	1.1	1.1	0.8
145	1.0	1.0	1.0	1.0	0.8

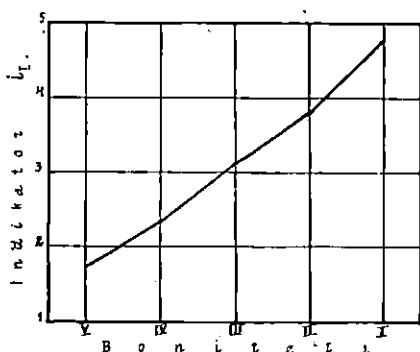
Tabela 6

Boniteti	Indikatori (maks. teč. prir.)	Distancije između susjednih boniteta	Razlike između srednje aritmetške distancije i stvarnih distancija	
			apsolutne	relativne u %
I	4.78	0.98	+ 0.21	+ 27
II	3.80	0.68	- 0.09	- 13
III	3.12	0.80	+ 0.03	+ 4
IV	2.32	0.62	- 0.15	- 19
V	1.72			
Aritmet. sredina		0.77		

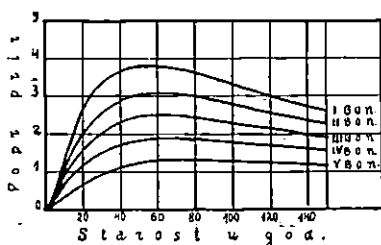
Nakon toga prikazali smo ove podatke grafički (vidi sl. 6), te smo dobili krivulje tečajnog prirasta u visinu za svih 5 boniteta. Odatle smo dobili maksimalne vrijednosti ovog prirasta. Te vrijednosti iznose kod I-og boniteta 4.78, kod II-og boniteta 3.80, kod III-eg 3.12, kod IV-og 2.32 i kod V-og 1.72.



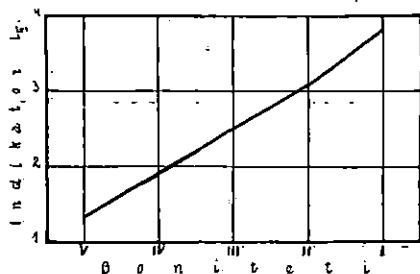
Zatim smo provjerili, da li su ovi maksimalni prirasti u visinu međusobno ekvidistantni i možemo li ih uzeti kao indikatore bonitiranja. To je prikazano u tabeli 6. Iz ove se tabele vidi, da je srednjo-aritmetička distancija između indikatora svih 5 boniteta 0.77. Konkretno pak distancije između indikatora za I. i II. bonitet iznose 0.98, između onih za II. i III. bonitet iznose 0.68, između III-eg i IV-og boniteta iznose 0,80 i između IV-og i V-og boniteta iznose 0.62.



Sl. 7.



Sl. 8.



Sl. 9.

Razlike između konkretnih distancija i srednje-aritmetičke distancije variraju između  $-0.15$  i  $+0.21$ , ili izraženo u procentima između  $-19\%$  i  $+27\%$ .

Ako iznose indikatora boniteta nacrtano na koordinatni sistem (Vidi sl. 7), dobit ćemo jednu liniju ne baš sasvim pravilnu i pravnu, ali koja ipak može da se izjednači kao pravac. Sasvim pravilna nije ona radi toga, jer ni krivulje na slici 6 nisu sasvim pravilne, što se vidi već po tome, da se npr. sve 4 gornje krivulje završavaju kao jedna jedina. Onda nije čudo, da im ni maksimumi nisu međusobno sasvim jednako udaljeni. A tome je opet svemu razlog istaknuta već nepravilnost i ne-

ekvidistantnost krivulja sa slike 1. Inače nam nepravilnost krivulje na sl. 7 pokazuje, da je i maksimalni tečajni prirast ipak još nešto osjetljiv prema malim razlikama u formi krivulje rasteња u visinu.

Iz svega navedenog možemo zaključiti, da maksimalni tečajni prirast, uzet kao indikator boniteta, ne odgovara sasvim strogo toj svojoj svrsi, ali sa praktičnog gledišta može se već primiti kao indikator.

*b) Maksimalni poprečni visinski prirast.*

Ovdje ćemo razmotriti drugu karakteristiku krivulje rasteња u visinu, tj. poprečni maksimalni visinski prirast. I kod ovog razmatranja uzet ćemo za osnovu spomenutih 5 G. u. t. t. e n. b e r g o v i h krivulja rasteња u visinu.

Najprije smo izračunali za svaki bonitet, i to koncem svakog decenija, poprečni visinski prirast. Pri tome smo razdijelili visine sa dotičnim starostima. Tako dobiveni podaci uvršteni su u tabelu 7.

Tabela 7

Starost	Poprečni visinski prirast u dcm.				
	I bonitet	II bonitet	III bonitet	IV bonitet	V bonitet
10	1.40	1.10	0.90	0.70	0.80
20	2.65	2.05	1.60	1.20	0.65
30	3.33	2.60	2.03	1.50	0.93
40	3.68	2.90	2.30	1.70	1.10
50	3.80	3.06	2.46	1.82	1.22
60	3.80	3.10	2.50	1.87	1.28
70	3.71	3.07	2.49	1.89	1.31
80	3.59	3.00	2.44	1.86	1.325
90	3.44	2.90	2.37	1.83	1.32
100	3.29	2.79	2.29	1.80	1.31
110	3.14	2.67	2.21	1.76	1.29
120	2.98	2.56	2.13	1.72	1.27
130	2.85	2.45	2.06	1.68	1.24
140	2.72	2.36	1.99	1.64	1.21
150	2.61	2.27	1.93	1.60	1.18

Podaci ove tabele prikazani su grafički (vidi sl. 8), te su tako dobivene krivulje poprečnog prirasta. Iz ovih sam krivulja odredio maksimalni poprečni visinski prirast za svaki bonitet. Ti maksimalni prirasti iznose: kod I-og boniteta 3.82, kod II. boniteta 3.10, kod III. boniteta 2.50, kod IV. boniteta 1.89,

te kod V. boniteta 1.325. Da možemo vidjeti, da li su spomenuti iznosi međusobno ekvidistantni, poslužiti ćemo se i ovog puta tabelom, u kojoj se nalaze navedeni iznosi kao indikatori, distancije između indikatora susjednih boniteta i razlike između srednjo-aritmetijske distancije i stvarnih distancija. Sve je to prikazano u tabeli 8.

Tabela 8

Boniteti	Indikatori (maksim. popr. pr.)	Distancije između susjednih boniteta	Razlike između srednje aritmetijske distancije i stvarnih distancija	
			apsolutne	relativne u %
I	3·82			
II	3·10	0·72	+ 0·096	+ 15
III	2·50	0·62	— 0·004	— 1
IV	1·89	0·61	— 0·014	— 2
V	1·325	0·565	— 0·059	— 9
Aritmet. sredina		0·624		

Odavle se vidi, da srednje-aritmetijska distancija iznosi 0.624. Razlike između konkretnih distancija i srednjo-aritmetijske distancije variraju od  $-9\%$  do  $+15\%$ . Ove su razlike znatno manje, nego što je to kod maksimalnog tečajnog prirasta, te bismo ih radi toga lakše mogli zanemariti.

Ako sad dobivene iznose maksimalnog poprečnog prirasta za svaki bonitet nanesimo na koordinatni sistem (vidi sl. 9), dobit ćemo liniju, koja je i pravilnija i još više pravna nego linija na sl. 7.

Iz svega ovoga izlazi, da je maksimalni poprečni prirast kao indikator boniteta bolji od maksimalnog tečajnog visinskog prirasta.

Od interesa je spomenuti, da je još prije jednog stoljeća (1842) grof Vargas de Bedemar (1) došao na donekle sličnu ideju. Između ostalog on navodi u svojim prihodnim tabelama kao karakteristiku boniteta stajbine maksimalni poprečni prirast po masi. Za njega je međutim taj maksimalni prirast bio mjerodavan samo kao jedan od nekoliko paralelnih izraza normalne produktivnosti, a ne i kao izraz, koji bi sam za sebe imao da bude mjerilom produktivnosti.



to će funkcija tečajnog prirašćivanja biti:

$$y' = abc \frac{x^{c-1}}{(b+x)^{c+1}} \quad (9)$$

Kad ova funkcija kulminira, onda bi njena prva derivacija morala biti jednaka nuli, t. j.:

$$y'' = \frac{abcx^{c-2} [b(c-1) - 2x]}{(b+x)^{c+2}} = 0 \quad (10)$$

Ako se ova jednadžba riješi po  $x$ , dobit ćemo kao glavno rješenje izraz:

$$x = \frac{b(c-1)}{2} \quad (11)$$

koji nam određuje apscisu maksimalnog tečajnog prirasta, tj. godinu, u kojoj prirast u visinu kulminira. Uvrstimo li sad izraz za  $x$  u jednadžbu 9, dobit ćemo:

$$i_I = y'_{max.} = \frac{4ac}{b(c^2-1)} \cdot \left(\frac{c-1}{c+1}\right)^c \quad (12)$$

t. j. parametrički izraz za maksimalni tečajni prirast dobiti ćemo za prvi indikator.

Analognim putem dobije se parametrički izraz  $i$  za maksimalni poprečni prirast, t. j. za drugi indikator. Rekli smo, da je poprečni prirast

$$z = \frac{y}{x}$$

Ako ovdje uvrstimo za  $y$  samu funkciju rastežanja, dobit ćemo funkciju za poprečni prirast:

$$z = \frac{a \left(\frac{x}{b+x}\right)^c}{x} \quad (13)$$

Ta funkcija dostiže svoj maksimum, kad je njena prva derivacija jednaka nuli t. j.

$$z' = \frac{ax^{c-2} [b(c-1) - x]}{(b+x)^{c+1}} = 0 \quad (14)$$

Glavno rješenje ove jednadžbe za  $x$  bit će:

$$x = b(c-1) \quad (15)$$

gdje je  $x$  vrijeme kulminacije poprečnog prirasta. Ako sad ovaj iznos za  $x$  uvrstimo u funkciju poprečnog prirasta, dobit ćemo parametrički izraz za maksimalni poprečni prirast, t. j. za drugi bonitetni indikator:

$$i_{II} = z_{max.} = \frac{a}{b(c-1)} \cdot \left(\frac{c-1}{c}\right)^c \quad (16)$$

Kao što vidimo, izraz  $\frac{a}{b}$  čini jedan sastavni dio i indikatora  $i_I$  i indikatora  $i_{II}$ . Otud i dolazi do toga, da on u glavnom raste sa bonitetom, tek — sam za sebe — ne raste dosta pravilno, jer je previše osjetljiv na nepravilnosti krivulje.

(b) Funkcija (3).

Sasma analognim putem dobiju se i formule za maksimalni tečajni i maksimalni poprečni prirast kod funkcije rastenja

$$y = a \frac{x^d}{b + x^d}$$

Prva njena derivacija, t. j. funkcija tečajnog prirasta, glasi:

$$y' = a b d \frac{x^{d-1}}{(b + x^d)^2} \quad (17)$$

Funkcija postizava svoj maksimum, kad je njena prva derivacija jednaka nuli, t. j.

$$y'' = a b d \frac{x^{d-2} [b(d-1) - x^d(d+1)]}{(b + x^d)^3} \quad (18)$$

Glavno rješenje ove jednadžbe po  $x$  glasi:

$$x = \left[ \frac{b(d-1)}{d+1} \right]^{\frac{1}{d}} \quad (19)$$

Ako ovaj izraz uvrstimo u funkciju 17, dobit ćemo formulu za njezinu maksimalnu vrijednost, t. j.

$$i_I = y'_{max} = \frac{a(d^2-1)}{4d} \cdot \left[ \frac{d+1}{b(d-1)} \right]^{\frac{1}{d}} \quad (20)$$

Funkcija poprečnog prirasta  $\left( z = \frac{y}{x} \right)$  dobiva ovdje slijedeći oblik:

$$z = \frac{a \frac{x^d}{b + x^d}}{x} = a \frac{x^{d-1}}{b + x^d} \quad (21)$$

I ova funkcija postizava maksimum, kad je njena prva derivacija jednaka nuli t. j.

$$z' = a \cdot \frac{x^{d-2} [b(d-1) - x^d]}{(b + x^d)^2} = 0 \quad (22)$$

Glavno rješenje ove jednadžbe po  $x$  glasi:

$$x = [b(d-1)]^{\frac{1}{d}} \quad (23)$$

Uvrstimo li ovaj izraz u funkciju poprečnog prirasta (21), dobit ćemo formulu za II. bonitetni indikator t. j.

$$i_{II} = z_{max.} = \frac{a(d-1)[b(d-1)]^{-\frac{1}{d}}}{d} \quad (24)$$

Parametrički izrazi maksimalnog tečajnog i poprečnog prirasta imaju dosta kompliciran oblik i njihovo izračunavanje iziskuje upotrebu logaritmičkih tablica.

Kod izračunavanja parametra za obje ujednostavnjene funkcije rastenja uvijek se griješi i te pogreške uplišu na parametrički izračunane indikatore boniteta. Da možemo stvoriti približnu sliku o veličini pogrešaka u izračunanim bonitetnim indikatorima, koje su prouzrokovane greškama u parametrima, pokazat ćemo, kakve razlike postoje s jedne strane između indikatora dobivenih grafičkim putem i s druge strane između indikatora izračunanih iz parametara funkcije rastenja, kad su greške u parametrima minimalne, t. j. kad su ovi parametri izračunani po teoriji najmanjih kvadrata. I ovdje ćemo se poslužiti spomenutim G u t t e n b e r g o v i m krivuljama. Pri tome uzet ćemo u obzir samo krivulje rastenja I. i V. boniteta.

Rezultati ovih izračunavanja navedeni su u tabeli 9.

Iz podataka u ovoj tabeli možemo povući slijedeće zaključke: Kod maksimalnog tečajnog prirasta pogreške su veće nego kod maksimalnog poprečnog prirasta. Tako kod funkcije rastenja 2) procenat ove pogreške varira između  $-1.2$  i  $+8.6$ , a kod maksimalnog poprečnog prirasta između  $+0.2$  do  $+0.8$ . Dakle, u zadnjem slučaju pogreške su 10 puta manje nego kod maksimalnog tečajnog prirasta. Kod funkcije rastenja 3) ova pogreška za maksimalni tečajni prirast varira između  $-3.5\%$  i  $-1.0\%$ , a za poprečni prirast između  $-0.5\%$  i  $+0.3\%$ , te je dakle kod poprečnog prirasta oko 3—7 puta manja. Dakle, pogreške u parametrima uplišu mnogo manje na drugi bonitetni indikator nego na prvi. To je daljnji razlog, da radi toga pridajemo prednost drugom bonitetnom indikatoru ( $i_{II}$ ) t. j. maksimalnom poprečnom prirastu.

Iz iste tabele vidi se još, da su kod funkcije 3 pogreške znatno manje nego kod funkcije 2, osobito kod strmih krivulja rastenja. Dakle se u ovom pogledu mora funkcija 3 pretpostaviti funkciji 2.

Tabela 9

Funkcija rastenja	Indikatori	boniteti	Iznosi indikatora $i_I$ i $i_{II}$			Razlike između in- dikatora izračunanih pomoću točnih para- metara i indikatora određenih grafički		Razlike između in- dikatora izračunanih pomoću netočnih param. i indikatora određenih grafički		Razlike između in- dikatora izračunanih pomoću netočnih parametara i pomoću točnih parametara	
			Određeni grafički	Izračunani pomoću parametara		apsolutne	relativne u %	apsolutno	relativne u %	apsolutne	relativno u %
				točni (po metodi najm. kvadrata)	netočni (po ele- mentar. metodi)						
2	$i_I$ (maks. teč. prirast)	I	4.78	5.19	4.925	+ 0.41	+ 8.6	+ 0.145	+ 3.0	- 0.265	- 5.1
		V	1.70	1.68	1.68	- 0.02	- 1.2	- 0.02	- 1.2	0.00	- 0.0
	$i_{II}$ (maks. popr. prirast)	I	3.82	3.85	3.77	+ 0.03	+ 0.8	- 0.05	- 1.3	- 0.08	- 2.1
		V	1.325	1.327	1.324	+ 0.002	+ 0.2	- 0.001	- 0.1	- 0.003	- 0.2
3	$i_I$ (maks. teč. prirast)	I	4.78	4.73	4.73	- 0.05	- 1.0	- 0.05	- 1.0	0.00	0.0
		V	1.70	1.64	1.73	- 0.06	- 3.5	+ 0.03	+ 1.8	+ 0.09	+ 5.5
	$i_{II}$ (maks. popr. prirast)	I	3.82	3.80	3.80	- 0.02	- 0.5	- 0.02	- 0.5	0.00	0.0
		V	1.325	1.329	1.356	+ 0.004	+ 0.3	+ 0.031	+ 2.3	+ 0.327	+ 2.0



### 5. Izračunavanje parametara za funkcije rastenja.

Malo prije smo vidjeli, kako se izračunava maksimalni tečajni i maksimalni poprečni prirast pomoću parametara funkcija rastenja 2) i 3). Ovdje ćemo razmotriti pitanje, kako se izračunavaju ovi parametri. Prije toga moramo istaknuti, da je ovo pitanje gotovo potpuno razjašnjeno od g. prof. Levakovića (18, 21 i 29). Nama ovdje ostaje samo da učinimo neke nadopune, koje još više razjašnjavaju ovo pitanje.

Izračunavanje parametara spomenutih dviju funkcija rastenja može se izvršiti po elementarnoj metodi i po metodi najmanjih kvadrata. Najsavršenija od elementarnih metoda izložena je po g. profesoru u Šumarskom listu 1939 str. 299—309 (29). Prema ovoj metodi moraju se uzeti 3 koordinatna para sa krivulje rastenja, tako da kod funkcije 2 postoji konstantni odnos:

$$\frac{y_3}{y_2} = \frac{y_2}{y_1} = k \quad (25)$$

U tom se slučaju parametri izračunavaju po slijedećim formulama:

$$b = \frac{x_2 [x_2 (x_1 + x_3) - 2x_1 x_3]}{x_1 x_3 - x_2^2} \quad (26)$$

$$c = \frac{\log k}{\log [x_3 (b + x_2)] - \log [x_2 (b + x_3)]} = \frac{\log k}{\log [x_2 (b + x_1)] - \log [x_1 (b + x_2)]} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} a &= y_1 \left( \frac{b + x_1}{x_1} \right)^c = \\ &= y_2 \left( \frac{b + x_2}{x_2} \right)^c = \\ &= y_3 \left( \frac{b + x_3}{x_3} \right)^c \quad (28) \end{aligned}$$

Na sličan način mogu se izračunati parametri funkcije 3. Ovdje koordinatni parovi moraju odgovarati slijedećem uslovu:

$$\frac{x_3}{x_2} = \frac{x_2}{x_1} = k \quad (29)$$

Sami parametri izračunavaju se po slijedećim formulama:

$$a = \frac{\frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_3} - \frac{2}{y_2}}{\frac{1}{y_1 \cdot y_3} - \frac{1}{y_2^2}} \quad (30)$$

$$d = \frac{\log \left( \frac{1}{y_1} - \frac{1}{a} \right) - \log \left( \frac{1}{y_2} - \frac{1}{a} \right)}{\log k} = \frac{\log \left( \frac{1}{y_2} - \frac{1}{a} \right) - \log \left( \frac{1}{y_3} - \frac{1}{a} \right)}{\log k} \quad (31)$$

$$b = ax_1^d \left( \frac{1}{y_1} - \frac{1}{a} \right) = ax_2^d \left( \frac{1}{y_2} - \frac{1}{a} \right) = ax_3^d \left( \frac{1}{y_3} - \frac{1}{a} \right) \quad (32)$$

Radi toga što funkcije 2 i 3 nisu linearno zavisne od svojih parametara, to se parametri ne mogu direktno izračunavati po metodi najmanjih kvadrata. Zato se ova metoda može ovdje primijeniti tek indirektnim putem, kako će se to daljnjem predočiti.

Najprije se uzimaju iznosi parametara izračunanih po elementarnoj metodi. Tako dobiveni iznosi, recimo  $a_0$ ,  $b_0$  i  $c_0$  razlikuju se od sasvim točne vrijednosti parametara  $a$ ,  $b$  i  $c$  za izvjesne iznose  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\gamma$ . Onda bi bilo:

$$a = a_0 + \alpha, \quad b = b_0 + \beta, \quad c = c_0 + \gamma.$$

Ako sad označimo sa  $h_i$  iznose empiričke krivulje rastenja, to bi se isti iznosi razlikovali od iznosa izračunanih pomoću točnih parametara  $a$ ,  $b$  i  $c$ . Označimo li ove iznose sa  $h_i + \chi_i$ , onda ćemo dobiti da je:

$$h_i + \chi_i = F(a_0 + \alpha, b_0 + \beta, c_0 + \gamma) \quad (33)$$

U suglasju sa Taylorovim teoremom ova se funkcija može razviti na slijedeći način:

$$\left. \begin{aligned}
 & F(a_0 + \alpha, b_0 + \beta, c_0 + \gamma) = F(a_0, b_0, c_0) + \\
 & + \left( \frac{\partial}{\partial a_0} \alpha + \frac{\partial}{\partial b_0} \beta + \frac{\partial}{\partial c_0} \gamma \right) F(a_0, b_0, c_0) + \\
 & + \frac{1}{2!} \left( \frac{\partial}{\partial a_0} \alpha + \frac{\partial}{\partial b_0} \beta + \frac{\partial}{\partial c_0} \gamma \right)^2 F(a_0, b_0, c_0) + \dots \\
 & + \frac{1}{n!} \left( \frac{\partial}{\partial a_0} \alpha + \frac{\partial}{\partial b_0} \beta + \frac{\partial}{\partial c_0} \gamma \right)^n F(a_0 + \theta\alpha, b_0 + \theta\beta, c_0 + \theta\gamma)
 \end{aligned} \right\} (34)$$

gdje je  $\theta$  jedan broj sa vrijednošću između 0 i 1. Ako sad u ovom redu uzmemo u obzir samo članove prvog stepena, a zanemarimo sve članove viših stepena i ako uzmemo, da je:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial F(a_0, b_0, c_0)}{\partial a_0} &= A_i \\
 \frac{\partial F(a_0, b_0, c_0)}{\partial b_0} &= B_i \\
 \frac{\partial F(a_0, b_0, c_0)}{\partial c_0} &= C_i \\
 h_i - F(a_0, b_0, c_0) &= H_i
 \end{aligned} \right\} \dots (35)$$

dobit ćemo linearnu jednadžbu oblika:

$$\underbrace{\chi_i = A_i \alpha + B_i \beta + C_i \gamma - H_i} \dots (36)$$

Na ovu jednadžbu možemo sad primijeniti teoriju najmanjih kvadrata za izračunavanje dopunjaka.

Vidjeli smo, da su  $\chi_i$  odstupanja od funkcije rastenja. U smislu spomenute teorije mora suma kvadrata ovih odstupanja biti minimum, t. j.

$$\begin{aligned}
 S &= (A_1 \alpha + B_1 \beta + C_1 \gamma - H_1)^2 + (A_2 \alpha + B_2 \beta + C_2 \gamma - H_2)^2 + \\
 &+ \dots + (A_n \alpha + B_n \beta + C_n \gamma - H_n)^2 = \text{Minim.} \dots (37)
 \end{aligned}$$

Ovaj uslov ispunit će se, kad parcijalne derivacije ove jednadžbe prema nepoznicama  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\gamma$  budu jednake nuli, t. j.

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha} = 0 \quad , \quad \frac{\partial S}{\partial \beta} = 0 \quad , \quad \frac{\partial S}{\partial \gamma} = 0 \quad \dots (38)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial S}{\partial \alpha} &= (A_1 \alpha + B_1 \beta + C_1 \gamma - H_1) A_1 + (A_2 \alpha + B_2 \beta + C_2 \gamma - H_2) A_2 + \\
 &+ \dots + (A_n \alpha + B_n \beta + C_n \gamma - H_n) A_n = 0 \\
 \frac{\partial S}{\partial \beta} &= (A_1 \alpha + B_1 \beta + C_1 \gamma - H_1) B_1 + (A_2 \alpha + B_2 \beta + C_2 \gamma - H_2) B_2 + \\
 &+ \dots + (A_n \alpha + B_n \beta + C_n \gamma - H_n) B_n = 0 \\
 \frac{\partial S}{\partial \gamma} &= (A_1 \alpha + B_1 \beta + C_1 \gamma - H_1) C_1 + (A_2 \alpha + B_2 \beta + C_2 \gamma - H_2) C_2 + \\
 &+ \dots + (A_n \alpha + B_n \beta + C_n \gamma - H_n) C_n = 0
 \end{aligned} \right\} (39)$$

Nakon prerađbe ovih triju jednadžbi dobiva se sljedeći sistem:

$$\left. \begin{aligned}
 [A A] \alpha + [A B] \beta + [A C] \gamma &= [A H] \\
 [A B] \alpha + [B B] \beta + [B C] \gamma &= [B H] \\
 [A C] \alpha + [B C] \beta + [C C] \gamma &= [C H]
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (40)$$

Iz ovog sistema mogu se izračunati dopunjeci  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\gamma$ , ako smo prije izračunali  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  i  $H_i$ , a to se može učiniti, kako se vidi, iz formule (37) pomoću  $a_o$ ,  $b_o$  i  $c_o$ .

Konkretniji oblik za  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  i  $H_i$  kod funkcije rastenja 2 jest:

$$\left. \begin{aligned}
 A_i &= \left( \frac{x_i}{b_o + x_i} \right)^{c_o} \\
 B_i &= - \frac{a_o c_o}{x_i} A_i + \frac{1}{c_o} \\
 C_i &= - a_o A_i \text{ Log } A_i - \frac{1}{c_o} \\
 H_i &= h_i - a_o A_i
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (41)$$

Logaritam sadržan u izrazu za  $C_i$  je prirodni logaritam. Kod druge funkcije rastenja (3) konkretniji oblik za  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  i  $H_i$  glasi:

$$\left. \begin{aligned}
 A_i &= \frac{x_i^{d_0}}{b_0 + x_i^{d_0}} \\
 B_i &= - \frac{a_0 A_i}{b_0 + x_i^{d_0}} \\
 C_i &= a_0 A_i (1 - A_i) \text{ Log } x_i \\
 H_i &= h_i - a_0 A_i
 \end{aligned} \right\} (42)$$

Izračunavanje iznosa  $A_i, B_i, C_i$  i  $H_i$  kao i iznosa  $AA, AB, \dots$  vrši se tabelarno. Međutim, mora se naglasiti, da izračunanjem iznosa  $\alpha, \beta$  i  $\gamma$ , te njihovim zbrajanjem sa aproksimativnim iznosima  $a_0, b_0, c_0$  ( $a_0 + \alpha, b_0 + \beta$  i  $c_0 + \gamma$ ) još nismo dobili sasvim točne vrijednosti za parametre  $a, b$  i  $c$ . Uzrok je tome, što smo kod razvijanja funkcije rastenja zanemarili u Taylorovom redu sve članove viših stepena, te zato dobivene vrijednosti  $\alpha, \beta, \gamma$  sadrže izvjesne pogreške. Radi toga moramo dobivene iznose  $a_0 + \alpha, b_0 + \beta$  i  $c_0 + \gamma$  uzeti kao aproksimativne, te tražiti nanovo dopunjke. Ako su novo-dobiveni dopunjci tako veliki, da se ne mogu zanemariti, to bi se moralo ovo računanje ponavljati, sve dok dobiveni iznosi  $\alpha, \beta$  i  $\gamma$  budu dostatno maleni.

Koliko puta bi se moralo ponavljati ovo računanje, ne može se općenito reći. To zavisi od pravilnosti krivulje rastenja i od grešaka, što ih sadrže aproksimativni iznosi parametara  $a_0, b_0$  i  $c_0$  kao i od same funkcije rastenja. Kasnije ćemo vidjeti, da broj ovih obračuna kod svake krivulje varira između 2 i 5. Kad se uzme u obzir, da jedan obračun traje oko 5 sati, to se odmah vidi, da ovo poboljšanje parametara po metodi najmanjih kvadrata iziskuje 10—25 sati rada. Odmah se javlja pitanje, ako se bonitira pomoću maksimalnih tečajnih i maksimalnih poprečnih prirasta u visinu, može li nas zadovoljiti, da se ti prirasti izračunavaju pomoću parametara izračunanih po elementarnoj metodi ili se to izračunavanje mora vršiti po metodi najmanjih kvadrata.

Da razjasnimo ovo pitanje, poslužit ćemo se parametrima ovih funkcija za krivulje rastenja u visinu I. i V. boniteta po *G u t t e n b e r g u*. U tu svrhu izračunao sam parametre po elementarnoj metodi, a parametre po metodi najmanjih kvadrata izračunao je ranije g. prof. *L e v a k o v i ć*.

Na osnovu tih parametara izračunali smo maksimalni tečajni i maksimalni poprečni prirast u visinu. Dobiveni podaci navedeni su u tabeli 9.

Ako sad razmotrimo ovu tabelu i sravnimo iznose za maksimalni prirast izračunane na osnovu netočnih parametara sa iznosima izračunanim na osnovu korigiranih parametara, vidit ćemo, da kod tečajnog prirasta i kod funkcije rastenja 2 nema razlike na V. bonitetu, a na I. bonitetu da ta razlika iznosi  $-0.265$ . Kod druge je funkcije (3) obrnuto: na I. bonitetu nema razlike, a na V. bonitetu ova razlika iznosi  $+0.09$ . Kod poprečnog prirasta za funkciju rastenja 2 na I. bonitetu razlika je  $-0.08$ , a na V. bonitetu  $-0.003$ . Kod druge funkcije rastenja (3), ova razlika iznosi na I. bonitetu  $0.00$ , a na V. bonitetu  $0.027$ . Kad se uzme u obzir, da su veličine ovih razlika znatno veće, nego što su greške predočene u tabelama 6 i 8, možemo zaključiti, da je komplicirano i dugotrajno izračunavanje parametara po metodi najmanjih kvadrata suvišno. Radi toga, što su spomenute razlike manje kod  $i_{II}$  nego kod  $i_I$ , to se i ovdje u pogledu sposobnosti za indikatora može dati prednost maksimalnom poprečnom prirastu.

No ima još nešto, što na prvi pogled izgleda apsurdno: Greške kod maksimalnih prirasta izračunanih na osnovu poboljšanih parametara (prema iznosima određenim grafički) nešto su veće nego greške kod maksimalnih prirasta izračunanih na osnovu nepoboljšanih parametara (isto tako prema iznosima određenim grafički). Tako na I. bonitetu kod maksimalnog tečajnog prirasta izračunanog na osnovu poboljšanih parametara greška iznosi  $+0.41$ , a kod istog prirasta izračunatog na osnovu nepoboljšanih parametara iznosi greška samo  $+0.145$ . Ovo se može rastumačiti time, da se krivulja rastenja određena na osnovu nepoboljšanih parametara (po elementarnoj metodi) u prvom svom dijelu — gdje se nalaze maksimalni tečajni i poprečni prirasti — bolje prilagođuje zbiljnoj krivulji rastenja, nego krivulja rastenja određena na osnovu poboljšanih parametara. Ova druga krivulja bolje se prilagođuje zbiljnoj krivulji rastenja u drugom svojem dijelu.

## 6. Bonitetni indikatori kod nekoliko krivulja rastenja dobivenih pomoću stalnih analiza.

Istraživajući bonitetne indikatore došli smo do nekoliko važnih zaključaka. Pri tome smo se uvijek osvrtni na krivulje rastenja sastojina tirolske smreke, a te su krivulje prikazane u Guttenbergovim prihodnim tabelama. Kako smo već spomenuli, ove su krivulje izjednačene gledom na oblik, ali ne i gledom na međusobnu ekvidistantnost. U ovom zadnjem pogledu postoje, kao što vidjesmo, izvjesne diferencije.

Nameće nam se pitanje, da li spomenuti zaključci vrijede i kod drugih krivulja rastenja, i to bilo za istu vrstu, ali iz

drugog fitogeografskog područja, ili pak za drugu vrstu i to za krivulje dobivene na osnovu stabilnih analiza, s kakvima bismo krivuljama radili kod bonitiranja u praksi. Da riješimo ovo pitanje, ustanovit ćemo, koliko ovo zaključci vrijede i kod krivulja rastenja prikazanih na slikama 2, 3 i 4. Time smo odstranili upliv subjektivnosti kod izjednačivanja krivulja rastenja u prihodnim tabelama.

Glavnu pažnju obratit ćemo na ova pitanja: 1) Koliko svaki od istraživanih bonitetnih indikatora ispunjava uslov, da bude što manje osjetljiv prema manjim razlikama u obliku krivulje kao i prema netočnostima u izračunavanju parametara; 2) Kod parametrijski izračunanih indikatora  $i_I$  i  $i_{II}$  možemo li se zadovoljiti s parametrima izračunanim po elementarnoj metodi, ili se ti parametri moraju korigirati po metodi najmanjih kvadrata; 3) Postoje li velike razlike između iznosa za indikatore  $i_I$  i  $i_{II}$ , izračunanih pomoću točnih parametara (po metodi najmanjih kvadrata) i iznosa za iste indikatore ustanovljenih grafičkim putem. Uporedo s ovim pokušat ćemo odgovoriti i na pitanje, koji je od indikatora  $i_I$  i  $i_{II}$  bolji, te kojoj se od funkcija rastenja 2) i 3) mora dati prednost kod parametrijskog izračunavanja indikatora.

Da možemo odgovoriti na sva ova pitanja, proveli smo niz izračunavanja, koja ćemo ovdje ukratko obrazložiti.

U prvom redu izračunali smo parametre funkcija rastenja 2) i 3) za sve krivulje rastenja prikazane na slikama 2, 3 i 4.

Tabela 10

Vrste drveća	Boniteti	Parametri funkcije 2) izračunani po metodi najmanjih kvadrata			Parametri funkcije 2) izračunani po elementarnoj metodi		
		a	b	c	a	b	c
Smreka iz Tirola	I	576·31	11·339	5·1792	583·7	13·64	4·509
	II	—	—	—	491·4	13·64	4·515
	III	458·98	18·865	4·2172	471·4	25·62	3·382
	IV	419·00	48·076	2·2307	409·6	40—	2·510
	V	398·89	54·470	2·5764	394·5	53·60	2·619
Smreka iz Paneveggia	I	584·71	17·816	4·7840	599·1	23·90	3·608
	II	571·08	38·938	3·1429	609·5	50·60	2·709
	III	372·28	24·098	4·3648	416·4	40—	3·156
Hrast	I	385·50	20·248	2·4167	407·7	35·56	1·697
	II	359·32	36·359	1·6764	379·0	52·91	1·387
	III	—	—	—	329·7	47·56	1·733

Ovo smo izračunavanje vršili najprije po elementarnoj metodi. Rezultati dobiveni kod funkcije rastenja 2) prikazani su na desnoj strani tabele 10, a rezultati kod funkcije rastenja 3) na desnoj strani tabele 11.

Tabela 11

Vrste drveća	Boniteti	Parametri funkcije 3) izračunani po metodi najmanjih kvadrata			Parametri funkcije 3) izračunati po elementarnoj metodi		
		a	b	d	a	b	d
Smreka iz Tirola	I	499·39	1838·5	1·8735	488·0	2071	1·908
	II	369·71	1793·4	1·8655	370·2	2018	1·897
	III	326·31	3153·0	1·9136	270·9	3539	2·020
	IV	314·70	1178·3	1·5847	289·5	1818	1·732
	V	257·75	3598·6	1·7836	220·3	5803	1·968
Smreka iz Paneveggia	I	411·22	4180·5	1·9463	400·5	5140	2·013
	II	371·96	4662·3	1·8762	358·7	5614	1·937
	III	244·63	6799·6	2·0004	241·5	8443	2·061
Hrast	I	337·40	318·59	1·4743	345·2	250·5	1·398
	II	320·46	215·89	1·3203	329·2	185·3	1·262
	III	259·41	394·33	1·4264	257·0	403·8	1·439

a.d

823·2  
689·7  
624·4  
498·7  
459·7

Od interesa je napomenuti, da je kod ovih izračunavanja najbolje uzeti za  $x_1$  (vidi jednadžbu 29) iznos od 20, a za  $x_2$  najveći iznos za  $x$  (kod smreke 120, a kod hrasta 160). U ovom se slučaju  $x_2$  kreće između 30 i 50, t. j. u području krivulje, gdje se redovno nalaze maksimalni tečajni i maksimalni poprečni prirast.

Jedan obračun po ovoj metodi traje 1 do 2 sata.

Nakon toga izračunali smo parametre iste funkcije rastenja po metodi najmanjih kvadrata. Parametri funkcije 2) prikazani su na lijevoj strani tabele 10, a parametri funkcije 3) na lijevoj strani tabele 11.

Budući da sva analizirana stabla ne dostižu starost, koju smo uzeli u obzir (kod smreke 120 god., a kod hrasta 160 god.), to je zadnji dio svih ovdje razmatranih krivulja rastenja izračunan na osnovu sve manjih i manjih brojeva stabala. Radi toga je zadnji dio krivulja manje više nepravilan. Naročito se to opaža kod krivulje rastenja hrasta (sl. 4). Da bi ova nepravilnost što manje utjecala na izračunavanje parametara, uzeli smo u obzir broj stabala, iz kojih su izračunane srednjearitmetičke visine. Drugim riječima, kod ovog računanja poslužili smo se pondusima.



Kod obih funkcija rastenja broj ponavljanja u izračunavanju dopunjaka  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\gamma$  po prilici je jednak. On se kreće između 2 i 5, a jedan obračun traje 5–6 sati. Interesantno je, da kod funkcije 2) ima slučajeva, kad je računanje po metodi najmanjih kvadrata nemoguće. To se dešava, kad su krivulje rastenja na početku vrlo strme, a pri kraju jače zavinute, čega radi parametri  $b$  i  $c$  postaju negativnima. Taj smo slučaj konstatirali na krivulji rastenja tirolske smreke na II. bonitetu. Kod hrasta na trećem bonitetu ne može se pravo razjasniti razlog toj pojavi, ako ne uzmemo u obzir, da je krivulja sasvim vidno nepravilna. Iz spomenutog razloga u tabeli 10 nemamo za ta dva slučaja podataka za parametre izračunane po metodi najmanjih kvadrata. S obzirom na to pridajemo i ovdje prednost funkciji rastenja 3, kod koje se ovakovi slučajevi ne mogu nikako desiti.

Na osnovu parametara navedenih na lijevoj strani tabele 10 izračunali smo najprije iznose za indikator bonitiranja

$k = \frac{a}{b}$ . Dobivene iznose uvrstili smo u tabelu 12.

Nadalje smo na osnovu istih parametara izračunali iznose za indikatore  $i_I$  i  $i_{II}$ . Ovi iznosi uvršteni su za funkciju rastenja 2) u istu tabelu (12), a za funkciju 3) u tabelu 13.

Zatim smo kod svih razmotrenih krivulja rastenja odredili iznose za indikatore  $i_I$  i  $i_{II}$  također grafičkim putem. Dobiveni rezultati navedeni su u tabeli 14.

Tabela 12

Vrste drveća	Boniteti	Iznosi indikatora izračunanih pomoću točnih parametara (po metodi najmanj. kvadrata)			Iznosi indikatora izračunanih pomoću netočnih parametara (po elementarnoj metodi)		
		$k = \frac{a}{b}$	$i_I$	$i_{II}$	$k = \frac{a}{b}$	$i_I$	$i_{II}$
Smreka iz Tirola	I	50·8	5·41	4·00	42·8	5·22	3·94
	II	—	—	—	56·0	4·39	3·31
	III	24·3	3·18	2·42	18·4	3·04	2·36
	IV	8·7	2·27	1·88	10·2	2·34	1·89
	V	7·3	1·62	1·31	7·4	1·60	1·29
Smreka iz Paneveggia	I	32·8	3·77	2·82	25·1	3·65	2·80
	II	14·7	2·62	2·05	12·0	2·52	2·02
	III	15·4	1·95	1·47	10·4	1·85	1·45
Hrast	I	19·0	4·53	3·70	11·5	4·17	3·63
	II	9·9	3·65	3·19	7·2	3·45	3·15
	III	—	—	—	6·9	2·45	2·13

Tabela 13

Vrste drveća	Boniteti	Iznosi indikatora izračunanih pomoću točnih parametara		Iznosi indikatora izračunanih pomoću netočnih parametara	
		$i_I$	$i_{II}$	$i_I$	$i_{II}$
Smreka iz Tirola	I	5·08	3·98	5·10	4·01
	II	4·21	3·34	4·26	3·35
	III	3·09	2·42	3·10	2·37
	IV	2·21	1·88	2·35	1·92
	V	1·63	1·32	1·74	1·35
Smreka iz Paneveggia	I	3·64	2·84	3·74	2·87
	II	2·61	2·07	2·67	2·08
	III	1·93	1·48	1·98	1·50
Hrast	I	4·13	3·61	4·10	3·66
	II	3·45	3·14	3·40	3·15
	III	2·41	2·13	2·43	2·14

Tabela 14

Vrste drveća	Smreka iz Tirola					Smreka iz Paneveggia			Hrast		
	I	II	III	IV	V	I	II	III	I	II	III
$i_I$	5·15	4·32	3·10	2·40	1·65	3·70	2·60	2·00	4·30	3·20	2·35
$i_{II}$	4·00	3·34	2·42	1·90	1·33	2·84	2·07	1·48	3·63	3·15	2·12

Kod indikatora  $i_I$  i  $i_{II}$  izračunali smo razlike, koje postoje između iznosa indikatora izračunanih na osnovu točnih parametara i iznosa izračunanih na osnovu netočnih parametara. Ove razlike navedene su za  $i_I$  kod funkcije 2) u tabeli 15, a kod funkcije 3) u tabeli 16, te za  $i_{II}$  kod funkcije 2) u tabeli 17, a kod funkcije 3) u tabeli 18. U tim tabelama prikazane su još razlike između iznosâ indikatora ustanovljenih grafičkim putem i iznosa indikatora izračunanih na osnovu točnih parametara funkcije 2) i funkcije 3).

Nakon što smo došli do napred navedenih rezultata, pristupit ćemo rješavanju postavljenih pitanja.

Već u početku ovog odsječka razjasnili smo, da svaki bonitetni indikator mora odgovarati slijedećim dvjema uslo-

Tabela 15

Vrste drveća	Boniteti	Iznosi indikatora $i_I$ određeni			Razlike između indikatora izračunanih pomoću netoč. i pomoću točnih parametara		Razlike između indikatora određenih grafički i izračunanih pomoću točnih parametara	
		grafički	pomoću parametara funkcije 2/		apsolutne	relativne %	apsolutne	relativne %
			točni	netočni				
Smreka iz Tirola	I	5.15	5.41	5.22	-0.19	-3.5	-0.26	-4.8
	II	4.32	—	4.39	—	—	—	—
	III	3.10	3.18	3.04	-0.14	-4.4	-0.08	-2.5
	IV	2.40	2.27	2.34	+0.07	+3.1	+0.13	+5.7
	V	1.65	1.62	1.60	-0.02	-1.2	+0.03	+1.9
Smreka iz Paneveggia	I	3.70	3.77	3.65	-0.12	-3.2	-0.07	-1.9
	II	2.60	2.62	2.52	-0.10	-3.8	-0.02	-0.8
	III	2.00	1.95	1.85	-0.10	-5.1	+0.05	+2.6
Hrast	I	4.30	4.53	4.17	-0.36	-7.9	-0.23	-5.1
	II	3.20	3.65	3.45	-0.20	-5.5	-0.45	-12.3
	III	2.35	—	2.45	—	—	—	—

Tabela 16

Vrste drveća	Boniteti	Iznosi indikatora $i_I$ određeni			Razlike između indikatora izračunanih pomoću netočnih i točnih parametara		Razlike između indikatora određenih grafički i izračunanih pomoću točnih parametara	
		grafički	pomoću parametara funkcije 3/		apsolutne	relativne %	apsolutne	relativne %
			točni	netočni				
Smreka iz Tirola	I	5.15	5.03	5.10	+0.07	+1.4	+0.12	+2.4
	II	4.32	4.21	4.26	+0.05	+1.2	+0.11	+2.6
	III	3.10	3.09	3.10	+0.01	+0.3	+0.01	+0.3
	IV	2.40	2.21	2.35	+0.14	+6.3	+0.19	+8.6
	V	1.65	1.63	1.74	+0.11	+6.7	+0.02	+1.2
Smreka iz Paneveggia	I	3.70	3.64	3.74	+0.10	+2.7	+0.06	+1.6
	II	2.60	2.61	2.67	+0.06	+2.3	-0.01	-0.4
	III	2.00	1.93	1.93	+0.05	+2.6	+0.07	+3.6
Hrast	I	4.30	4.13	4.10	-0.03	-0.7	+0.17	+4.1
	II	3.20	3.45	3.40	-0.05	-1.4	-0.25	-7.2
	III	2.35	2.41	2.43	-0.02	+0.8	-0.06	-2.5

Tabela 17

Vrste drveća	Boniteti	Iznosi indikatora i <sub>II</sub> određeni			Razlike između indikatora izračunanih pomoću netočnih i točnih parametara		Razlike između indikatora određenih grafički i izračunanih pomoću točnih parametara	
		grafički	pomoću parametara funkcije 2/		apsolutne	relativne %	apsolutne	relativne %
			točni	netočni				
Smreka iz Tirola	I	4·00	4·00	3·94	-0·06	-1·5	0·00	0·0
	II	3·34	—	3·31	—	—	—	—
	III	2·42	2·42	2·36	-0·06	-2·5	0·00	0·0
	IV	1·90	1·88	1·89	+0·01	+0·5	+0·02	+1·1
	V	1·33	1·31	1·29	-0·02	-1·5	+0·02	+1·5
Smreka iz Paneveggia	I	2·84	2·82	2·80	-0·02	-0·7	+0·02	+0·7
	II	2·07	2·05	2·02	-0·03	-1·5	+0·02	+1·0
	III	1·45	1·47	1·45	-0·02	-1·4	+0·01	+0·7
Hrast	I	3·63	3·70	3·63	-0·07	-1·9	-0·07	-1·9
	II	3·15	3·19	3·15	-0·04	-1·3	-0·04	-1·3
	III	2·12	—	2·13	—	—	—	—

Tabela 18

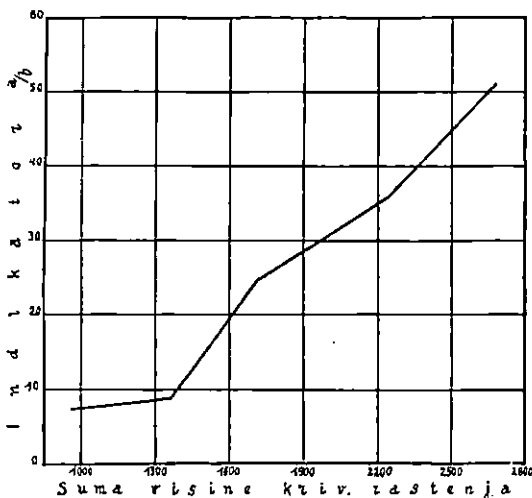
Vrste drveća	Boniteti	Iznosi indikatora i <sub>II</sub> određeni			Razlike između indikatora izračunanih pomoću netočnih i točnih parametara		Razlike između indikatora određenih grafički i izračunanih pomoću točnih parametara	
		grafički	pomoću parametara funkcije 3/		apsolutne	relativne %	apsolutne	relativne %
			točni	netočni				
Smreka iz Tirola	I	4·00	3·98	4·01	+0·03	+0·3	+0·02	+0·5
	II	3·34	3·34	3·35	+0·01	+0·3	0·00	0·0
	III	2·42	2·42	2·37	-0·05	-2·1	0·00	0·0
	IV	1·90	1·88	1·92	+0·04	+2·1	+0·02	+1·1
	V	1·33	1·32	1·35	+0·03	+2·3	+0·01	+0·8
Smreka iz Paneveggia	I	2·84	2·84	2·87	+0·03	+1·1	0·00	0·0
	II	2·07	2·07	2·08	+0·01	+0·5	0·00	0·0
	III	1·48	1·48	1·50	+0·02	+1·4	0·00	0·0
Hrast	I	3·63	3·61	3·66	+0·05	+1·4	+0·02	+0·6
	II	3·15	3·14	3·15	+0·01	+0·3	+0·01	+0·3
	III	2·12	2·13	2·14	+0·001	+0·5	-0·01	-0·5

vima: t. j. on treba da je linearna funkcija od boniteta stojbine, kao i da je slabo osjetljiv prema nepravilnosti krivulje rastenja. Koliko svaki od navedenih indikatora odgovara ovim uslovima, prosudit ćemo po slijedećoj grafičkoj metodi. Budući da krivulje rastenja, koje su prikazane u slikama 2, 3 i 4, sasvim očito nisu međusobno ekvidistantne, to smo izrazili bonitet ukupnom sumom visina, što ih od decenija do decenija pa do kraja razmatranog razdoblja (do 120. odnosno 160. godine) predstavljaju pojedine krivulje sa dotičnih slika (2—4). Sume visina za pojedinu krivulju navedene su u tabeli 19. Na

Tabela 19

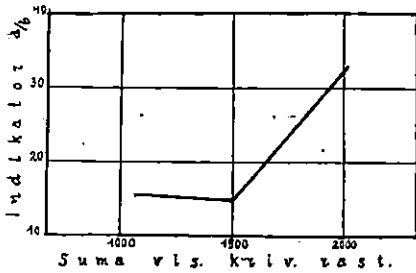
Vrste drveća	Smreka iz Tirola					Smreka iz Paneveggia			Hrast		
	I	II	III	IV	V	I	II	III	I	II	III
Sume visina za krivulje rastenja	2675	2246	1714	1362	962	2017	1491	1062	3268	2838	2177

koordinatnim sistemima, gdje su kao apscise predočeni boniteti, izraženi sumama visina, prikazani su odnosi između bonitetnih indikatora i boniteta. Tako je na sl. 10 grafički pri-

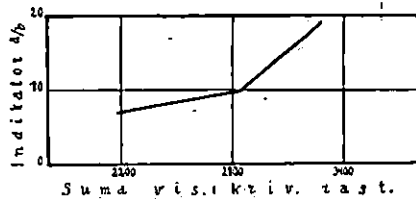


Sl. 10.

kazan odnos između indikatora  $k = \frac{a}{b}$  i boniteta kod tirolske smreke, na sl. 11 isti taj odnos kod smreke iz Paneveggia, a na sl. 12 kod hrasta. Iz ovih se triju grafičkih prikaza



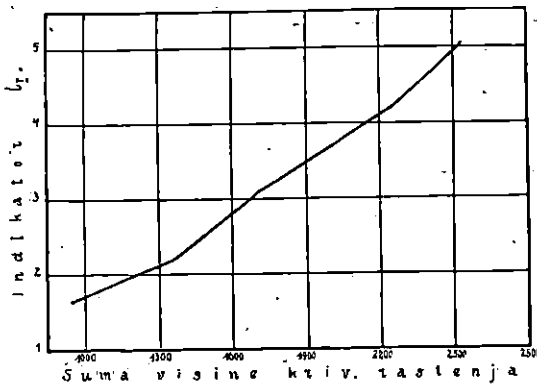
Sl. 11.



Sl. 12.

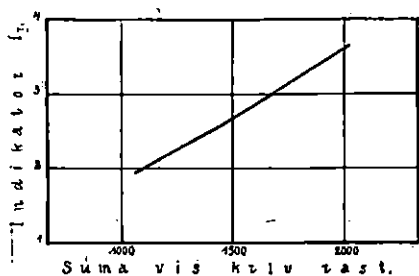
vidi, da spomenuti odnos nije dosta pravilan, jer je — kao što već znamo — funkcija 2 vrlo osjetljiva prema formi krivulje rasteња. Dakle opet možemo da zaključimo, da indikator  $k = \frac{a}{b}$  ne odgovara dovoljno svojoj zadaći.

Na sličan način grafički smo prikazali odnose između indikatora  $i_I$  i  $i_{II}$  s jedne i boniteta izraženih sumama visina s druge strane. U pogledu indikatora  $i_I$  za tirolsku smreku spomenuti je odnos prikazan grafički na sl. 13, za smreku iz

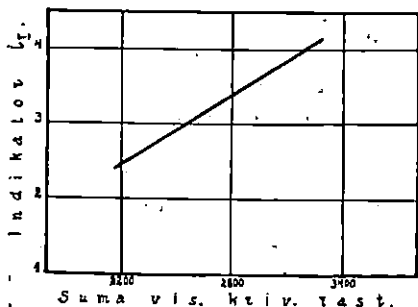


Sl. 13.

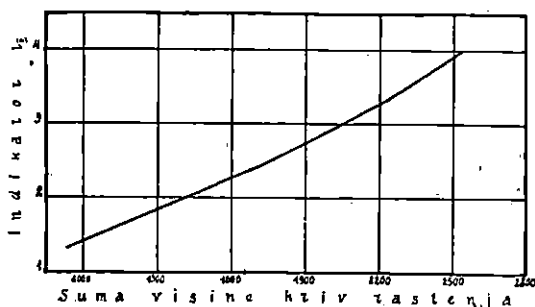
Paneveggia na sl. 14, a za hrast na sl. 15. Iz ovih grafika vidi se, da su spomenuti odnosi razmjerno vrlo pravilni. To je još bolje izraženo u pogledu odnosa između boniteta i indikatora



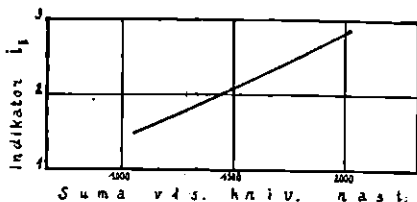
Sl. 14.



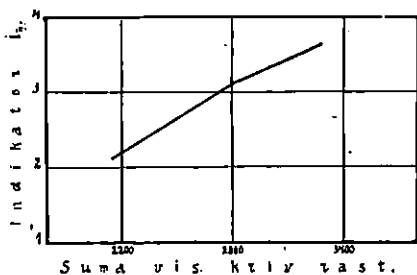
Sl. 15.



Sl. 16.



Sl. 17.



Sl. 18.

$i_{II}$ , kako se to vidi iz slika 16 do 18. Odavle vidimo, da ova dva indikatora odgovaraju postavljenim uslovima.

Ranije smo promatrali, kako se izračunavaju parametri funkcije rastenja po elementarnoj metodi kao i po metodi najmanjih kvadrata. Tom smo prilikom spomenuli, da u prvom slučaju računanje traje oko 1—2 sata, a kod drugog slučaja preko 20 sati. I ovdje nam iskrsava pitanje, kakve bi bile pogreške indikatora  $i_I$  i  $i_{II}$ , ako ih izračunavamo pomoću para-

metara dobivenih po elementarnoj metodi. Veličine ovih pogrešaka mogli bismo predočiti razlikama između indikatora izračunanih pomoću nekorigiranih parametara, t. j. koji izlaze direktno iz elementarne metode, i indikatora izračunatih pomoću korigiranih parametara (koji izlaze iz metode najmanjih kvadrata).

Ove su razlike (apsolutne i relativne), kako smo već spomenuli, navedene u tabelama 15, 16, 17 i 18. U prvom redu promatrat ćemo, koliki su iznosi ovih razlika kod indikatora  $i_I$ , i kod funkcije rastenja 2). U tabeli 15 vidi se, da spomenute razlike kod tirolske smreke iznose od  $-0.19$  do  $+0.07$  dem, kod smreke iz Paneveggia  $-0.12$  do  $-0.10$ , a kod hrasta od  $-0.20$  do  $-0.36$ . Srednja kvadratna procentna razlika (od svih 11 krivulja) u ovom slučaju iznosi  $\pm 4.5\%$ .

Kod istog indikatora manje su ove razlike, ako je on izračunan pomoću parametara funkcije rastenja 3). U tabeli 16 vidi se, da u ovom slučaju razlike kod tirolske smreke iznose od  $+0.01$  do  $+0.14$  dem, kod smreke iz Paneveggia od  $+0.05$  do  $+0.10$  dem, a kod hrasta tek od  $0.02$  do  $0.05$ . Srednja kvadratna procentna razlika (od svih 11 krivulja) iznosi  $\pm 3.2\%$ .

Još manje su ove razlike kod indikatora  $i_{II}$ . Ako su iznosi ovog indikatora izračunani pomoću parametara funkcije 2), spomenute razlike — kako se vidi iz tabele 17 — iznose kod smreke iz Tirola od  $-0.06$  do  $+0.01$  dem, kod smreke iz Paneveggia od  $-0.03$  do  $-0.02$ , a kod hrasta od  $-0.04$  do  $-0.07$ . Srednja kvadratna procentna razlika (od svih 11 razmatranih krivulja) iznosi  $\pm 1.5\%$ .

Međutim, najmanje su razlike kod indikatora  $i_{II}$ , ako su njegovi iznosi izračunani na osnovu parametara funkcije rastenja 3). Ove razlike — kako se to vidi iz tabele 18 — iznose kod tirolske smreke od  $-0.05$  do  $+0.03$  dem, kod smreke iz Paneveggia od  $+0.01$  do  $0.03$  dem, a kod hrasta od  $0.00$  do  $+0.05$ .

Srednja kvadratna procentna razlika (od svih razmatranih krivulja) iznosi  $\pm 1.4\%$ .

Ako se uzmu u obzir veličine netom razmotrenih razlika kao i to, da poprečna distancija između indikatora susjednih boniteta iznosi po prilici 1 dem, možemo odatle izvesti slijedeći zaključak: Pogreške u iznosima indikatora, koje su nastale odatle, što smo upotrijebili parametre dobivene po elementarnoj metodi, a ne po metodi najmanjih kvadrata, nisu upće u ispitivanim slučajevima velike, te se radi toga mogu zanemariti. Nešto teže bi to bilo kod indikatora  $i_I$ . Kod indikatora  $i_{II}$  možemo to učiniti mirne duše, jer je ta pogreška sasna neznatna. Kod funkcije rastenja 2) iznosi ona maksimalno 7 mm,



a kod funkcije 3 maksimalno tek 5 mm. Uporedo s time možemo još zaključiti, da je indikator  $i_{II}$  u ovom pogledu mnogo bolji od indikatora  $i_I$ , a funkciji rastenja 3) možemo dati prednost pred funkcijom 2).

Rekli smo, da je ustanovljivanje indikatora grafičkim putem vezano na pogreške, koje nastaju izjednačivanjem prirasnih krivulja slobodnom rukom. Makar da su te pogreške subjektivne prirode, ipak je od interesa, da se znaju njihove veličine. Te smo veličine izrazili pomoću razlika, koje postoje između iznosa za indikatore ustanovljenih grafičkim putem i iznosa izračunanih pomoću točnih parametara funkcije rastenja.

Za indikator  $i_I$  kod funkcije rastenja 2) spomenute su razlike prikazane u tabeli 15. Tu se vidi, da su te razlike veće kod strmih krivulja (kao što je krivulja za I. bonitet tirolske smreke) i kod nepravilnih krivulja (kao što su krivulje kod hrasta). U prvom slučaju razlika siže do +0.26 dem, a u drugom slučaju i do 0.45 dem. Tu je srednja kvadratna razlika  $\pm 5.3\%$ .

Znatno manje su te razlike kod istog indikatora, ako su njegovu iznos izračunani parametrijski pomoću funkcije rastenja 3). Tako kod tirolske smreke te razlike iznose od -0.01 do -0.19, kod smreke iz Paneveggia od -0.07 do +0.01, a kod hrasta od -0.17 do +0.25. Tu je srednja kvadratna razlika  $\pm 4.0\%$ .

Mnogo manje su razlike između iznosa indikatora  $i_{II}$  određenih grafičkim putem i iznosa izračunanih pomoću parametara funkcije rastenja. Kod funkcije rastenja 2 (vidi tabelu 17) za smreku iz Tirola i Paneveggia ove razlike dostižu tek -0.02, a za hrast do +0.07. Srednja kvadratna razlika iznosi  $\pm 1.1\%$ . Još manje, zapravo posve beznačajne su razlike kod funkcije rastenja 3). Od svih 11 razmatranih krivulja kod 5 krivulja iznosi razlika 0.00, kod 3 krivulje tek 0.01, a kod ostale 3 krivulje 0.02 dem. Srednja kvadratna razlika iznosi tek  $\pm 0.5\%$ .

Odavle možemo izvesti slijedeći zaključak: Općenito se može uzeti, da pogreške prouzrokovane time, što smo iznose indikatora odredili grafičkim putem, a ne pomoću korigiranih parametara funkcije rastenja, ne prekoračuju dopustive granice. Kod indikatora  $i_I$  te pogreške ipak su dosta velike, a kod indikatora  $i_{II}$  one su sasvim beznačajne. S obzirom na to može se preporučiti, da se indikatori bonitiranja ustanovljuju grafičkim putem, a ne pomoću parametara funkcije rastenja, čije računanje iziskuje mnogo vremena i truda.

Ovdje bi se moglo naići na prigovor, da je grafičko određivanje iznosa za indikatore vezano sa pogreškama subjektivne prirode. Međutim, mora se odmah naglasiti, da ovaj prigovor

ima mjesta samo u pogledu indikatora  $i_I$ . Krivulje tečajnog prirasta, dobivene iz krivulje rastenja u visinu, dosta su nepravilne i zato kod njihovog izjednačivanja subjektivizam igra veliku ulogu. Međutim, sasma je drukčije kod indikatora  $i_{II}$ . Krivulje poprečnog prirasta, dobivene iz krivulje rastenja u visinu toliko su pravilne, da je kod njih izjednačivanje slobodnom rukom suvišno. Zato se u ovom slučaju ustanovljenje iznosa za indikatora ne mora da vrši zapravo grafičkim putem, nego se taj iznos može da izračunava. Čini se to tako, da se izračuna poprečni prirast za konac svakog decenija i to u glavnom u području krivulje, gdje se po prilici nalazi maksimum toga prirasta. Od dobivenih iznosa najveći iznos je indikator  $i_{II}$ . Samo u slučajevima, ako je maksimalni iznos poprečnog prirasta jednak u dva susjedna decenija, mora se potražiti maksimalni poprečni prirast grafičkim putem. Kod razmotrenih 11 visinskih krivulja samo u jednom slučaju, naime kod hrasta na I. bonitetu, morali smo ustanoviti maksimalni poprečni prirast grafičkim putem. Kod ostalih 10 krivulja grafičko izjednačivanje bilo je nepotrebno.

## V. ZAKLJUČAK

Rezultate prednjih istraživanja možemo rezimirati ovako:

1. Funkcija 3 bolja je u svakom pogledu od funkcije 2. Kod nje je izračunavanje parametara po metodi najmanjih kvadrata moguće i onda, kad to kod funkcije 2 nije moguće. Kod vrlo strmih i nepravilnih krivulja rastenja znadu parametri  $b$  i  $c$  funkcije 2 pri izračunavanju po metodi najmanjih kvadrata dobiti još u toku računanja negativne vrijednosti i onda se s njima ne da dalje ništa više da postigne. Oni su za daljnji rad neupotrebivi. Naprotiv kod funkcije 3 ne može takova šta da se desi. Stoga funkciji 3 treba u svakom pogledu dati prednost pred funkcijom 2.

2. Indikator  $k = \frac{a}{b}$  ne može se označiti zaista dobrim indikatorom, jer je previše osjetljiv prema nepravilnosti krivulje rastenja. On doduše paralelno sa bonitetom raste u glavnom također, ali ne raste dosta pravilno. Ovo važi ne samo za slučaj, da se taj indikator izračunava iz parametara funkcije 2, već i za slučaj njegova izračunavanja iz parametara funkcije 3.

3. Svojstva zaista dobrih indikatora imaju samo maksimalni iznosi tečajnog i poprečnog prirasta. Maksimum poprečnog prirasta (indikator  $i_{II}$ ) ima ovo svojstvo u većoj mjeri nego maksimum tečajnog prirasta (indikator  $i_I$ ) i to ne samo

iz spomenutih već razloga, nego još i radi toga, što i same pogreške mjerenja utječu na poprečni prirast kud i kamo slabije nego na tečajni prirast. Maksimalum tečajnog prirasta u visinu dolazi — istina — nešto ranije nego maksimum poprečnog prirasta, pa se zato s pomoću indikatora  $i_I$  mogu sastojine da bonitiraju u ranijoj dobi nego s pomoću indikatora  $i_{II}$ . Ali ta razlika u starosti nije znatna, pošto i maksimum poprečnog prirasta u visinu dolazi razmjerno već vrlo rano.

4. Određivanje spomenutih maksima može da se izvede ili s pomoću parametara koje od funkcija rastenja ili pak grafički. Parametri spomenutih funkcija mogu se odrediti ili po metodi najmanjih kvadrata ili po metodi elementarnoj. Razlike između indikatorskih iznosa dobivenih s jedne strane na osnovi parametara izračunanih po metodi najmanjih kvadrata, a s druge strane na osnovi parametara izračunanih po elementarnoj metodi nisu znatne. No posao računanja u ovom je drugom slučaju mnogo kraći (oko 10 puta kraći) nego u prvom slučaju. Stoga je racionalnije, ako se parametri izračunavaju po elementarnoj metodi, jer se pri tom mnogo prištedi na vremenu i trudu. Još je veća ta prištednja, ako se indikatori određuju grafičkim putem, pri čem se pogreške ustanovljivanja i jednog i drugog indikatora giblju u sasvim dopustivim granicama. Naročito ovo vrijedi kod indikatora  $i_{II}$ , iz čega slijedi, da je najbolje, ako se ovaj indikator određuje grafičkim putem.

Pri završetku radnje moramo još da istaknemo, da bi bilo od interesa, kad bi se istraživanja u pogledu indikatora  $i_I$  i  $i_{II}$  protegnula i na slučajeve, u kojima krivulja rastenja u visinu dolazi do izražaja ne kao funkcija starosti, već kao funkcija promjera u visini prsiju t. j. u formi tzv. sastojinske visinske krivulje. Materijal za ta istraživanja imao bi da se prikupi na terenu po metodi navedenoj u 6. knjizi »Glasnika za šumske pokuse«, str. 327—329. Za ovaj posao, koji zapravo čini predmet jedne posebne studije, nije nam dostajalo vremena.

#### LITERATURA

1. Vargas de Bedemar: Issledvanija zapasa i prirasta lesonasaždenij Petrogradskoj guberniji. Lesnoj žurnal 1846. Precitirano iz knjige Orlov M. M.: Lesnaja taksacija 1923, str. 379.
2. Weise: Ertragstafeln für die Kiefer 1880.
3. Braza: Über die Bedeutung der Standortsanalysen zur Feststellung der Standortsbonität. Forstwissenschaftliches Centralblatt, 1881, Hft 5.
4. Baur: Fichte in Bezug auf Ertrag, Zuwachs und Form.
5. Schuberg: Gesetz der Stammzahl und die Aufstellung von Wald-ertragstafeln, Forstwissenschaftliches Centralblatt 1880.

6. Sch uberg: Untersuchungen über das Verhalten der Bestandesfaktoren bei verschiedener Stammzahl der Bestände. Forstwissenschaftliches Centralblatt, 1882.
7. Sch uberg: Die Weisstanne bei der Erziehung in geschlossenen Beständen. Aus deutschen Forsten Tübingen 1888.
8. Sch uberg: Die Rotbuche im natürlich verjüngten geschlossenen Hochwalde. Tübingen 1894.
9. Philipp: Ertragstafeln für die Forle. Allgemeine Forst- und Jagdzeitung. 1893.
10. Schwappach: Zur Konstruktion von Ertragstafeln. Allgemeine Forst- und Jagdzeitung 1893.
11. Cajanus W.: Über die Entwicklung gleichaltriger Waldbestände. Acta forestalia Fennica 1914.
12. Weise: Mündener forstliche Heft X.
13. Flury: Ertragstafeln für die Fichte und Buche der Schweiz 1907.
14. Schiffel: Wuchsgesetze normaler Fichtenbestände. Mitteilungen aus dem forstl. Versuchswesen Oesterreichs. 1904.
15. Gehrhardt: Die theoretische und praktische Bedeutung des arithmetischen Mittelstammes. Meiningen 1901.
16. Gerhardt: Die Ertragskunde als Wegweiser zur Buchen-Starkholzsucht. Allgemeine Forst- und Jagdzeitung 1924, str. 489.
17. Levaković: Ein neuer Begriff des Standortswaisers. Glasnik za šumske pokuse, Zagreb 1927.
18. Levaković: Analitički oblik zakona rastenja. Glasnik za šumske pokuse, Zagreb, 1935.
19. Levaković: Fiziološko-dinamički osnovi funkcija rastenja. Glasnik za šumske pokuse 1938.
20. Guttenberg A.: Wachstum und Ertrag der Fichte im Hochgebirge, Wien-Leipzig 1915.
21. Levaković: O izgledima i mogućnostima numeričkog bonitiranja stojbina. Glasnik za šumske pokuse, Zagreb 1938.
22. Cajander: Über Waldtypen, Acta forestalia fennica 1. Helsingfors 1909.
23. Cajander A. K. und Ilvessalo Yrjö: Über Waldtypen II, Acta forestalia fennica, 20, Helsingfors 1922.
24. Cajander A. K.: Was wird mit den Waldtypen bezweckt? Acta forestalia fennica, Vol. 25, Helsingfors 1923.
25. Cajander: Die forstliche Bedeutung der Waldtypen, Helsinki 1926.
26. Morosov: Učenie o lese, Moskva-Petrograd.
27. Krüdenner: Über Waldtypen im allgemeinen und in Bezug auf Deutschland im besonderen. Zeitschrift für Forst- und Jagdwesen 1926.
28. Schwappach: Formzahlen und Massentafeln für die Eiche, Berlin 1905.
29. Levaković: Metode ubrzanog izračunavanja parametara za neke novije funkcije rastenja. Šumarski list 1939, br. 6.

## R É S U M É

En 1935 M. le prof. A. Levakovié (18) a donné l'expression analytique de la croissance des arbres et des peuplements à l'aide de la fonction (1). Dans certaines conditions on peut en déduire les fonctions simplifiées (2) et (3). Dans ces trois fonctions la variable indépendante est l'âge des arbres ou des peuplements. En comparant entre eux les paramètres de la fonction (1) pour les classes de bonté I et V d'après G u t t e n b e r g (20), M. le professeur s'aperçut qu'une certaine expression algébrique de ces paramètres peut être utilisée comme indicateur numérique de la bonté des stations. Trois ans plus tard (21), la même idée lui revient, mais cette fois — pour des raisons de simplification — il utilise ~~à~~ ce but la fonction (2) dont les paramètres  $a$  et  $b$ , mis dans la relation  $k = \frac{a}{b}$ , devraient aussi — semblait-il — avoir des qualités indicatrices quant à la bonté des stations. M. le professeur ne prend pas comme tout à fait sûrs les résultats de ses recherches relatives à cet indicateur présumptif. C'est pour cela qu'il m'a confié les recherches se rapportant à cette question, ainsi que la tâche d'examiner, dans une mesure le plus grand possible, la relation entre les fonctions simplifiées 2 et 3 en ce qui concerne leur exactitude et leur valeur pratique. Je manifeste à M. le professeur tous mes remerciements de la confiance qu'il m'a accordée à cet égard et de ses secours le long de ce travail.

Comme matériaux fondamentaux de ces recherches sont utilisées les hauteurs moyennes des peuplements d'épicéa en Tirol, publiées par G u t t e n b e r g (20). Ces données sont montrées dans la table No 1. Sur leur base sont construites les courbes de croissance montrées dans la figure No 1 (Slika 1). Pour la vérification et pour le complètement des recherches nous avons pris encore les données sur la croissance en hauteur des 137 analyses des tiges d'épicéa et des 41 analyses des tiges de chêne. Les données concernant le chêne sont imprimées dans la publication de S c h w a p p a c h: »Massentafeln für die Eiche« (28).

Par suite des expériences très multiples il est établi généralement que la productivité des stations forestières est liée par une fonction linéaire avec la hauteur moyenne des peuplements. Donc, puisque les courbes de la croissance des hauteurs et aussi celles des masses ligneuses des peuplements sur des différentes classes de bonté sont équidistantes entre elles, comme cela se rencontre dans toutes les tables de productivité, tout autre indicateur numérique de la bonté des stations devrait aussi avoir des valeurs équidistantes. C'est à dire, un indicateur quelconque doit être en liaison fonction-

nelle linéaire avec la bonté de station. Nous avons donc examiné combien le susdit indicateur présumptif ( $k = \frac{a}{b}$ ) répond à cette condition. Les résultats de ces recherches sont exposés dans la table No 3. On peut y voir qu'entre ces valeurs il n'existe aucune équidistance. Certes, les valeurs de l'indicateur mentionné s'augmentent à partir de la bonté la plus basse (V) vers la bonté la plus haute (I), mais cette augmentation n'est pas linéaire (: comme il devrait être le cas du point de vue pratique et économique :) puisqu'elle forme une courbure expresse vers le haut. On voit plus clair cette constatation dans la table No 4 et dans la fig. 5, d'où l'on peut conclure que le susdit indicateur ne répond suffisamment pas à sa tâche telle que nous la concevons. Son défaut vient de la circonstance qu'il est très sensible aux moindres irrégularités et hétérogénéités des courbes de la croissance.

Après cet établissement M. le professeur nous a confié la tâche de mettre à une épreuve semblable deux autres indicateurs présumptifs qu'il jugeait, il est vrai, infailibles à l'égard de leur tâche indicatrice, mais qui, tout de même, ne sont encore prouvés à cet égard. Ce sont le maxima de l'accroissement en hauteur, c'est-à-dire de l'accroissement courant et de l'accroissement moyen. Nous avons donc établi graphiquement tout d'abord les accroissements courants en hauteur pour les 5 classes de bonté de *Guttenberg*. Les données reçues finalement sont présentées dans la table No 6 et dans la fig. 7. On peut y voir, que le maximum de l'accroissement courant répond à la condition posée uncomparablement mieux que l'indicateur susmentionné. Nous établîmes alors les valeurs de l'accroissement moyen de ces mêmes 5 classes de bonté. Les résultats finaux donnés dans la table No 8 et dans la fig. 9 montrent que le maximum de l'accroissement moyen répond à ladite condition encore mieux que le maximum de l'accroissement courant.

Quand nous avons les courbes de l'accroissement en hauteur, l'accroissement maximum peut être établi graphiquement ou bien il peut être déterminé au moyen des paramètres d'une certaine fonction de croissance. Si l'on utilise à ce but la fonction (2), alors l'expression paramétrique de l'accroissement maximum courant ( $i_I$ ) sera donnée par la formule (12) et celle de l'accroissement maximum moyen ( $i_M$ ) par la formule (16). Si nous utilisons la fonction (3), alors l'expression paramétrique de l'accroissement maximum courant ( $i_I$ ) sera la formule (20) et celle de l'accroissement maximum moyen ( $i_M$ ) sera la formule (24).

Les accroissements maxima pour les classes, I et V, établis graphiquement et calculés au moyen des paramètres sont comparés dans la-tabelle No 9. Après cette comparaison on peut conclure, que les fautes de l'accroissement maximum moyen sont 10 fois plus petites que celles de l'accroissement maximum courant, quand on emploie la fonction (2) et 3 à 7 fois plus petites, quand on travaille avec la fonction (3).

Les paramètres des fonctions (2) et (3) peuvent être déterminés par une méthode élémentaire, décrite par M. le professeur (29) ou bien par la méthode des moindres carrés, décrite aussi par lui (18, 21). Suivant la première méthode la détermination se fait environ 10 fois plus vite que suivant la deuxième méthode, mais elle n'est pas si exacte. Toutefois les résultats donnés dans la tabelle No 9 montrent que le calcul long et compliqué d'après la méthode des moindres carrés est bien superflu.

Les principales conclusions positives de nos recherches peuvent se formuler comme suit:

1. La fonction (3) est meilleure à chaque égard que la fonction (2). La détermination des paramètres par la méthode des moindres carrés y est toujours possible. Ce n'est pas le même cas avec la fonction (2) qui peut ça et là n'être utilisable pour la détermination des paramètres d'après la méthode des moindres carrés. En conséquence il faut à chaque égard préférer la fonction (3).

2. Les maxima de l'accroissement courant et moyen en hauteur sont vraiment des bons indicateurs de la productivité. Le maximum de l'accroissement moyen ( $i_{II}$ ) possède cette qualité encore dans un plus haut degré que le maximum de l'accroissement courant et c'est non seulement pour la cause déjà mentionnée mais encore parce que les fautes du mesurage exercent beaucoup moins de l'influence sur l'accroissement moyen que sur l'accroissement courant.

3. Les différences entre les valeurs des indicateurs se basant d'une part sur des paramètres déterminés par la méthode des moindres carrés et d'autre part sur des paramètres déterminés par la méthode élémentaire, ne sont pas très importantes. Mais la détermination dans le deuxième cas est par beaucoup plus courte (environ 10 fois) que dans le premier. Les valeurs des indicateurs peuvent être déterminées encore plus vite graphiquement. Les fautes que l'on fait dans ce cas se trouvent dans les limites tolérables, surtout quand il s'agit de l'indicateur  $i_{II}$ . C'est pour cela qu'on peut proposer dans la pratique l'indicateur  $i_{II}$  déterminé graphiquement.