

Izbor regresijskog modela za izjednačenje drvnogromadnih tablica

Kružić, Tono

Source / Izvornik: **Glasnik za šumske pokuse: Annales pro experimentis foresticis, 1993, 29, 149 - 198**

Journal article, Published version

Rad u časopisu, Objavljena verzija rada (izdavačev PDF)

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:108:163235>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-10-20**



Repository / Repozitorij:

[University of Zagreb Faculty of Forestry and Wood Technology](#)



TONO KRUŽIĆ

IZBOR REGRESIJSKOG MODELA ZA IZJEDNAČENJE DRVNOGROMADNIH TABLICA

CHOOSING REGRESSION MODELS FOR FITTING VOLUME TABLES

Prispjelo: 15. V 1992.

Prihvaćeno: 1. X 1992.

Gotovo sve domaće drvnogromadne dvoulazne tablice novijeg datuma izjednačene na način kako to predlaže Emrović (1960), gdje se računaska metoda kombinira s grafičkim izjednačenjem.

U računalnoj obradi podataka vrlo je važno imati, umjesto same tablice, dobar regresijski model, a idealno bi bilo kad bismo mogli pronaći jedan univerzalan s minimalnim brojem parametara.

Radi pronalazjenja dobrog modela opsežno su ispitivani modeli s 3, 4, 5 i 6 parametara. Istraživanja su provedena na uzorku obične johe (*Alnus glutinosa*), gdje je uzet u obzir volumen krupnog drveta do 7 cm.

Zbog poznate pogreške logaritamskog izjednačenja te zbog nehomogenosti varijabilnost oko plohe izjednačenja volumena primijenjeno je izjednačenje obličnih brojeva metodom najmanjih kvadrata. Za ispitivani uzorak kod izjednačenja obličnih brojeva dodavanjem 4. parametra Schumacher-Hallovu modelu signifikantno se smanjila varijanca oko plohe izjednačenja. Daljim dodavanjem parametara kvaliteta izjednačenja nije se bitno povećala.

Za izjednačenje dvoulaznih drvnogromadnih tablica autor predlaže ovaj model:

$$V = b_0 d^{b_1} h^{b_2} e^{b_3 d^{b_4}}$$

d – prsni promjer

h – visina

b_0, b_1, b_2 i b_3 – parametri dobiveni računanjem iz po istom modelu izjednačenih obličnih brojeva

n – cijeli broj u intervalu od $n = 1$ do $n = 4$

e – baza prirodnog logaritma

Ključne riječi: drvnogromadne tablice, oblični broj, regresijski model, Schumacher-Hallov model, eksponencijalna funkcija

UVOD – INTRODUCTION

U razvoju šumarske struke, već na samom početku, nametnula se potreba za određivanje volumena stabla u dubjećem stanju. Jedna od opcija bilo je sastavljanje odgovarajućih tablica, obično dvoulaznih.

Princip se bazirao na empiriji: *stabla iste vrste drveta podjednakog prsnog promjera i podjednake visine uzrasla u podjednakim ekološkim prilikama imaju prosječno jednaki volumen.*

Prsni promjer i visina stabla su dvije lako mjerljive dimenzije stabla u dubjećem stanju.

Kad se to uvidjelo, ostalo je jedino da se ta veza između promjera, visine i volumena odredi te prikaže tabelarno poput logaritamskih, trigonometrijskih, balističkih i drugih tablica. Unatoč tomu što je bilo očito da ta veza nije funkcionirala, nego stohastička.

Problem izrade takvih tablica u prvo se vrijeme rješavao isključivo grafičkim metodama. Prve takve tablice izdane su 1846. u Bavarskoj, a bile su upotrebljavanje i u ostaloj Njemačkoj te u susjednim zemljama.

U razdoblju između dvaju svjetskih ratova matematička statistika se i u šumarstvu osjetila kao novo i važno pomagalo. Tome je osobito pridonio i razvoj moćnih računskih strojeva. Pri određivanju volumena stabla, odnosno sastojina istraživani su potreban broj ulaza (jednoulazne tablice-tarife, dvoulazne, troulazne tablice itd.); utjecaj dobi, sklopa, silvikulture; mogućnost primjene tablica na širem području ili pak za više različitih vrsta.

Poslije drugoga svjetskog rata brzo se razvija elektronsko računalo. Prof. E m r v i ć još 1960. u svom radu kaže: »Danas su grafičke metode zastarjele. Ako već postoji opsežan materijal, onda će računске metode uz pomoć računskih strojeva (automata, a danas već šumarski instituti u inozemstvu imaju automate kao na pr. u Švedskoj) biti sigurno ekonomičnije i svakako točnije, t. j. izmjereni materijal bit će bolje iskorišćen« (E m r v i ć 1960., st. 53).

Kod računskih metoda se kao problem pojavio izbor matematičkog modela po kojemu treba izjednačiti tablice (S p u r r 1952, H e n r i k s e n 1953, N ä s l u n g 1941, 1947, E m r o v i ć 1960).

Međutim, da nije pronađen najprikladniji model ni do danas, svjedoče radovi profesora A. C. M a t i s a (M a t i s 1986, 1988, A s t e r i s & M a t i s 1979). On je izjednačio tablice za grčku jelu (*Abies cephalonica*) s različitim modelima te na osnovi multiplog korelacijskog koeficijenta te Furnivalova indeksa (Furnival 1961) odabrao najprikladniji. Osim toga, činjenica je da se danas bitno promijenilo i ono što je prof. E m r o v i ć (E m r o v i ć 1954, 1960) smatrao pod pojmom »najekonomičniji«. Svakako nije teško odgonetnuti razlog tomu. Riječ je o elektronskom računalu, i to za ovu svrhu sasvim dovoljnom jednom PC-u, iako bi potpuno zadovoljilo i najobičnije vrlo jeftino mikroračunalo (Comodore, Apple, Attari, Spectrum i dr.).

Uz to metode izjednačenja, koje će se primijeniti u ovom radu (E m r o v i ć 1953, S n e d e c o r 1967, K r u ž i ć 1990), bazirane su na golemom broju računanja, stoga su u ono vrijeme našle vrlo ograničenu primjenu (E m r o v i ć 1953).

Računalo je odigralo i jednu drugu ulogu. Naime, danas je i u našoj operativi u cijelosti prisutan, manje ili više intenzivno (H i t r e c i dr. 1988, N o v a k 1990). Programeru je mnogo lakše i jednostavnije ugraditi nekakav matematički model s nekoliko parametara u svoj program nego programirati čitanje same tablice koju opet treba prethodno cijelu bez greške upisati u datoteku, što sve zajedno u izvođenju programa traje duže i zauzima mnogo više memorije.

U skladu s tim novonastalim mogućnostima i zahtjevima nameće se potreba pronalaženja i ispitivanja takvih regresijskih modela kojima bi se dobro i na jednostavan način izjednačile drvnogromadne dvoulazne tablice, koje bi se isto tako i jednostavno koristile isključivo uz primjenu elektronskog računala.

To je imalo presudan utjecaj na izbor teme ovoga rada.

Ispitivani modeli i spoznaja o njima izravno će se moći iskoristiti i za izjednačavanje nekih drugih veličina koje su u stohastičkoj vezi s promjerom i/ili visinom, pritom se posebno misli na problem biomase (H u s c h i dr. 1971, C a n a d e l l i dr. 1988).

Kad bi stablo bilo pravilno geometrijsko tijelo, npr. stožac, tada bi njegov volumen bio:

$$V = \frac{\pi}{4} d_0^2 h \frac{1}{3} \quad (1)$$

d_0 – promjer baze stošca (stablo na panju)

h – visina stošca (stabla)

S pretpostavkom da je stablo paraboloid (jednadžba izvodnice $y^2 = p \cdot x^r$, gdje je $r = 1$), volumen stabla bi bio:

$$V = \frac{\pi}{4} d_0^2 h \frac{1}{2} \quad (2)$$

U slučaju neiloida ($r = 3$):

$$V = \frac{\pi}{4} d_0^2 h \frac{1}{4} \quad (3)$$

Odnosno općenito:

$$V = \frac{\pi}{4} d_0^2 h f \quad (4)$$

$$f = \frac{1}{r + 1} \quad (5)$$

» f « je obični broj, tj. broj kojim treba množiti volumen valjka da bi se dobio točan volumen stabla.

Osnivačem teorije obličnog broja smatra se J. C. P a u l s e n, koji 1800. god prvi put spominje »redukcijski broj« kojim treba množiti volumen valjka radi dobivanja volumena stabla (M ü l l e r 1915). U gornjim primjerima riječ je o apsolutnim obličnim brojevima. Inače pod obličnim brojem razumijeva se uvijek, ako nije napomenuto drukčije, u stvari prsnovisinski (nepravi) oblični broj za krupno drvo (D e r b h o l z).

Treba napomenuti da ta definicija obličnoga broja važi u svakom slučaju;

$$V = \frac{\pi}{4} d_{1,30}^2 h f \quad (6)$$

$d_{1,30}$ – prsni promjer stabla

h – visina stabla

f – prsnovisinski oblični broj

Međutim jednadžba izvodnica stabla najčešće nije oblika $y^2 = p \cdot x^r$, već je riječ o složenijoj krivulji koja bi se mogla izjednačiti nekakvom »S« krivuljom (T o d o r o v i ć 1958, T o d o r o v i ć & S t a m e n k o v i ć 1967).

Oblični broj se kreće u rasponu od 0.3 do 0.6. Empirijski se došlo do zaključka da postoji stohastička ovisnost obličnog broja o prsnom promjeru i visini:

$$v = F_1 (d, h) \quad (8)$$

Možda je u redu kad se kaže da je volumen funkcija promjera, visine i obličnog broja, ali oblični broj sigurno nije funkcija promjera i visine, nego su sve tri vrijednosti funkcija života tog stabla u određenoj okolici, dakle, posljedica su djelovanja genotipa stabla u određenoj okolici kroz određeno vrijeme. Tu činjenicu dokazuju radovi gdje se o tome vodilo računa (E m r o v i ć i dr. 1962) te se dokazalo da jasen iz različitih biljnih zajednica (fitocenoza) ima pridružene regresijske modele koji se značajno razlikuju u svojim parametrima.

Načelno, dijelovi debla (a deblo nas kao dio stabla najviše interesira) teže ka obliku valjka (sekcioniranjem stabla odedujemo volumen s pretpostavkom da su male sekcije stabla – valjak), što proizlazi iz činjenice da deblo ima dvije osnovne funkcije: mehaničku i provodnu. Deblo je zaštićeno korom te je na tom dijelu odnos s vanjskim svijetom sveden na minimum. Kako valjak od svih prizmoidnih tijela ima najmanji kvocijent između oplošja i volumena, logična je težnja stabla da formira deblo (i ostale dijelove koji imaju samo provodnu funkciju) kružnog presjeka, tj. valjkastog oblika (list stablu naprimjer, služi za maksimalnu razmjenu tvari s okolnim svijetom te je stoga težnja da se postigne maksimalni kvocijent između oplošja i volumena, plodovi su pak okruglasti itd.). Međutim, da bi se deblo oduprlo svim mehaničkim silama (statička i dinamička naprezanja) kojima je u svom životu izloženo, kao npr. vlastita težina, vjetar, led, životinje i dr., doći će do odstupanja od kružnog presjeka. Na pridanku je stablo izloženo najvećim naprezanjima te će na tom dijelu redovito zadebljati, manje ili više, ovisno o tlu i vrsti, u nekim slučajevima će formirati žljebove, da bi idući prema visini promjer padao. Nagnuto stablo će zbog poremećenoga statičkog naprezanja formirati tenzijsko odnosno kompresijsko drvo (četinjače) te nepravilni (eliptični) presjek.

Iz izraza 7 i 8 slijede dva načina izjednačavanja tablica:

a) posredno; izjednačenjem obličnog broja kao funkcije promjera i visine, a zatim, koristeći se izrazom 6, možemo prikazati i model (tablice) volumena kao funkciju promjera i visine,

$$f = F_0 (d, h) \quad (7)$$

Iz izraza 6 i 7 može se i volumen v smatrati stohastički ovisnim o promjeru i visini:

b) neposredno; izjednačenjem volumena kao funkcije promjera i visine.

U oba slučaja treba postupiti na taj način da se u podatke uklopi ploha na načelima po kojima se to radi pri izjednačavanju podatakaka s jednom nezavisnom varijablom gdje se uklapa krivulja. U slučaju pod b), ako se promatra geometrijski, onda se za tu savinutu plohu može reći da će joj presječna s ravninom, okomitom na ravninu d, h imati ova svojstva:

1) Ako je ta ravnina paralelna s h-osi (d je konstantno), onda će joj spomenute presječnice tvoriti krivulju blage zakrivljenosti, koja je gotovo slična pravcu i koja bi bila pravac da oblični broj nije funkcija i visine (prosječni nagib te blage krivulje to je strmiji što je veći d).

2) Ako je ta ravnina paralelna s osi d (tj. h je konstantno), onda će krivulja biti slična kvadratnoj paraboli s nagibom, ovisno o veličini h.

Metode izjednačavanja dijelimo na grafičke, računsko-grafičke i računске.

Prvi uredski rad kod grafičke metode izjednačenja je sortiranje stabala u visinske klase. Na grafikonu nanosimo volumene u ovisnosti s prsnim promjerom za svaku visinsku klasu te izjednačimo odoka. Pri tome vodimo računa da krivulje budu glatke te međusobno harmonizirane. Podaci očitani s prvog grafikona služe za crtanje drugoga, ali ovaj put nanosimo volumene kao funkciju visine (d je konstantno). Nakon toga se ponovo crta treći grafikon poput prvoga (harmonizirane krivulje za različite konstantne visine), ali s podacima očitanim s drugoga grafikona. Ako se na taj način dobiju harmonizirane, glatke krivulje, posao je završen; slijedi konačni digitalni prikaz u dvoulaznim tablicama.

Prve njemačke tablice izjednačene su tim načinom, poslije je svaki autor pridodao nešto svoje da skрати posao i da postigne veću točnost (Često konturne linije i nisu baš idealno glatke sa slabim stupnjem harmonizacije).

Grafičke metode zahtijevaju izuzetno velik broj modela (da bi imali potrebnu sigurnost kod crtanja konturnih linija). Već najmanje 30 godina smatraju se zastarjelim.

U računsko-grafičke metode mogu se svrstati metode kod kojih se proces izjednačavanja sastoji iz računskih i grafičkih operacija.

Najpoznatija računsko-grafička metoda je nomogramaska metoda Bruce-Reineke a. Metoda zahtijeva relativno malen broj primjernih stabala (100-200), pogodna je za konstrukciju lokalnih tablica. Treba napomenuti da su naše domaće tablice za johanu (*Alnus glutinosa*) izjednačene ovom metodom (Emrović & Pranjić 1964).

Metoda se bazira na jednadžbi

$$z = k \cdot x^2 \cdot y, \quad (9)$$

odnosno

$$V = \frac{\pi}{40\,000} \quad (10)$$

d – prsni promjer stabla

h – visina stabla

f – prsnovisinski oblični broj

Kako se oblični broj mijenja za različite promjere i visine (a otkrivanje zakonitosti tog mijenjanja i jest zapravo zadatak konstrukcije tablica), to se i k mijenja, ali za početak rada uzima se da je konstantan i jednak jednoj prosječnoj vrijednosti. Ako se jednadžba 10 logaritmiraju (da se postigne linearnost odnosno aditivnost), izlazi jednadžba:

$$\log V - \log k = 2 \log d - \log h \quad (11)$$

koja se daje prikazati u obliku nomograma s 3 paralelne skale. Na taj je način izbjegnuto računanje multiple regresije kao kod Ezekiel. Dalji postupak je jednostavniji te se sastoji iz grafičkog izjednačavanja krivulje i mijenjanja skala na nomogramu.

Najprije se na osnovi visine i promjera, primjernih stabala očita s nomograma odgovarajući volumen (V'), zatim se stvarni volumen primjernih stabala (V) nanosi na grafikon kao funkcija nomogramskog volumena (V'). Grafikon crtamo na logaritamskom papiru, jer su skale nomograma logaritamske. Nanesene podatke izjednačimo pravcem te s grafikona očitavamo koje vrijednosti nomogramskog volumena odgovaraju stvarnom volumenu i na nosiocu skala volumena crtamo novu skalu.

Na isti način ispravljamo skalu h , pa opet skale V , zatim skalu d i opet skalu V . Da smo pošli od nomograma $V = d + h$, onda bi bilo potrebno vrlo mnogo ponavljanja (20 i više) pa da dobijemo dobre dvoulazne tablice.

Ako su početne skale bile logaritamske te ako se koristimo log-log papirom, analizirajmo što se moglo dogoditi glede prve korekcije ($V' - V$): Mogla se pojaviti potreba da se nosilac skala volumena samo podigne odnosno spusti za neku vrijednost x i/ili da joj se kompletno poveća odnosno smanji mjerilo, tj. množi se nekim koeficijentom o manjim ili većim od 1.

$$o \cdot \log V - \log k \pm x = 2 \cdot \log d - \log h, \quad (12)$$

To se događa i s ostale dvije skale (d i h) za nekakve vrijednosti y , p , z i q :

$$o \cdot \log V - \log k + x = 2 \cdot p \cdot \log d + y - q \cdot \log h + z \quad (13)$$

Ako se to sredi dobije se:

$$\log V = \frac{2 \cdot p}{o} \log d + \frac{q}{o} \log h + \frac{\log k - x + y + z}{o}$$

$$B = \frac{2 \cdot p}{o}, \quad C = \frac{q}{o}, \quad A = \frac{\log k - x + y + z}{o}$$

Vidimo da ono što će na kraju takav nomogram antilogaritmirano računati jest:

$$V = 10^A \cdot d^B \cdot h^C. \quad (14)$$

To je poznati Schumacher-Hallov model (Schumacher & Hall 1933).

Pod računskom metodom razumijeva se izjednačenje metodom najmanjih kvadrata. Za upotrebu te metode potrebno je poznavanje funkcija po kojoj će se nešto izjednačiti. Ta je funkcija dana redovito empirijskom jednadžbom, a to znači da je takva funkcija iznađena formalno matematičkim putem prema prosječnoj slici pojave.

Subjektivnost u toj metodi je svedena na minimum. Iako bi sam izbor regresijskog modela mogao biti subjektivan, međutim primjenom elektronskog računala mogli bismo izjednačiti više različitih modela te odabrati onaj koji za konkretne opažane podatke daje najbolje izjednačenje (M a t i s 1986, 1988).

Model koji prikazuje ovisnost volumena o prsnom promjeru uvijek možemo podijeliti s volumenom valjka V_c :

$$V_c = \frac{\pi d^2 h}{4}$$

i dobiti isti model primjenljiv za izjednačenje obličnog broja.

Za izjednačenje volumena S p u r r (1952) predlaže funkcije

$$V = A + B d^2 h \quad (15)$$

i

$$V = A (d^2 h)^B \quad (16)$$

odnosno

$$\log V = \log A + B \log (d^2 h)$$

Novije tablice za indijski kesten (*Aesculus indica*) izjednačene su S p u r r o v i m funkcijama (C h e e m a i dr. 1986, 1987). Također ih upotrebljava i M a t i s u Grčkoj (M a t i s 1986, 1988) zajedno s još dva. Model 15 daje za promjer $d = 0$ i/ili $h = 0$ $V = A$, međutim volumen bi trebao biti također 0.

N ä s l u n g (1941, 1947) upotrebljava modele:

$$f = a_0 + a_1 \frac{1}{h} + a_2 \frac{h}{d} + a_3 \frac{h}{d^2} \quad (17)$$

odnosno

$$V = B_0 d^2 + b_1 d^2 h + b_2 d h^2 + b_3 h^2 \quad (18)$$

Ako je d konstantno, imamo

$$f = a_0 + a_1 \frac{1}{h} + A_2 h \quad (19)$$

$$V = B_0 + B_1 h + B_2 h^2, \quad (20)$$

a ako je h konstantno, imamo

$$f = A_0 + A_1 \frac{1}{d} + A_2 \frac{1}{d^2} \quad (21)$$

$$V = C_0 d^2 + C_1 d + C_2,$$

dakle krivulje, kako to zapravo i mora biti (E m r o v i ć 1954). N ä s l u n d ne navodi razloge za izbor tih funkcija. Po svojoj prilici to je bio rezultat nastojanja da se sa što manje parametara dobije funkcija koja ima konturne linije krivulje (ne pravce) više ili manje sličnih krivuljama dobivenim običnim prostoručnim izjednačavanjem. N ä s l u n d je izjednačavao oblične brojeve, tj. radio je s funkcijom 17, a parametre za funkciju 18 računao je tako da je funkcija 17 množio volumenom valjka.

$$\text{valjak} = \frac{d^2 h \pi}{4} \quad (22)$$

Schumacher i Hall (Schumacher & Hall 1933) publicirali su rad u kojemu upotrebljavaju funkciju:

$$V = A d^B h^C \quad (23)$$

odnosno njezin logaritamski oblik

$$\log V = \log A + B \log d + C \log h \quad (24)$$

Konturne linije te funkcije za $d = \text{konstanta}$ i za $h = \text{konstanta}$ jesu krivulje, čija zakrivljenost i oblik ovise o veličini parametara.

Iz izraza 6 izlazi

$$f = \frac{4}{\pi} V d^{-2} h^{-1}. \quad (25)$$

Ako stavimo u 25 za V izraz 23, slijedi

$$f = \frac{4}{\pi} A d^{B-2} h^{C-1}$$

$$f = a d^b h^c \quad (26)$$

Riječ je, dakle, o istoj funkciji kao i 23. Napišimo model 16 u nešto drukčijem obliku:

$$V = A d^{2B} h^B$$

Taj model lako proširimo s još jednim parametrom (npr. $2B = b$ $B = c$) i dobivamo model 23 odnosno 26.

Ostali poznati regresijski modeli jesu:

- Meyerova funkcija

$$V = A + Bd + Cdh + Dd^2 + Eh + Dd^2h \quad (27)$$

(Konturne linije za različite konstantne vrijednosti d -ova su pravci različitog nagiba i različitog odsječka, a za konstante h -ova su krivulje parabole drugog reda.)

- Meyerova modificirana

$$V = A + Bd + Cdh + Dd^2 + Ed^2h \quad (28)$$

- Spurr (1952) u svojoj knjizi navodi Näslundovu funkciju s 5 parametara:

$$V = A + Bd^2 + Cd^2h + Dh^2 + Edh^2 \quad (29)$$

- Takatova funkcija

$$V = \frac{d^2h}{A + Bd} \quad (31)$$

(oblični broj je funkcija samo promjera)

– M a t i s o v i modeli

M a t i s u svojim radovima (1986, 1988) dolazi do modela izjednačenja tako da se inicijalno koristi modelom koji ima sljedeće nezavisne varijable:

$$d, h, dh, d^2, h^2, d^2h.$$

Dakle, polazi od modela sa 7 parametara (koeficijent ispred svake varijable plus regresijska konstanta), radi regresijsku analizu i ustanovljava da članovi d^2 i h^2 vrlo malo utječu na koeficijent determinacije R^2 , te primjenjuje model:

$$V = b_0 + b_1d + b_2h + b_3dh + b_4d^2h \quad (32)$$

odnosno to isto, ali s težinom $(d^2h)^{-1}$:

$$V/d^2h = a + a_1(1/d) + a_2(1/d^2) + a_3(1/dh) + a_4(1/d^2h). \quad (33)$$

S tom je težinom model 33 ustvari isto što i model 32 primijenjen za izjednačenje obličnog broja:

$$f = A + B/d + C/d^2 + E/(dh) + F/d^2h \quad (34)$$

– Talijanske dvoulazne tablice

Tablice je izradila skupina autora (C a s t e l l a n i i dr. 1984). Bazirane su na polinomima s čak do 13 parametara i to konstanta plus koeficijent ispred raznih kombinacija nezavisnih varijabli npr.

$$d, h, dh, d^2, h^2, d^2h, d^3, d^3h, d^3h^2, d^2h^2, dh^2, h^{-1}, d^4/h \dots$$

Takva je, na primjer, tablica pod kodom 14 (opća za bukvu te još čitav niz drugih vrsta):

$$V = b_0 + b_1d^2h + b^2d + b_3h + b_4dh + b_5d^2 + b_6h^2 + b_6h^2 + b_7dh^2 + b_8d^2h^2 + b_9d^3 + b_{10}d^3h + b_{11}d^3h^2 + b_{12}/h, \quad (35)$$

gdje je $b_0 = .140099$ (ako je $d=0, h=0 \rightarrow V = .14$ što se ne može dogoditi), $b_{10} = .959694 \cdot 10^{-8}$ ili $b_6 = .37864 \cdot 10^{-6}$ (b_6 za npr. stablo od 30 m visine pridonosi volumenu beznačajnih .0003 m³). Već iz toga je očito da je besmisleno upotrebljavati toliko veliki broj parametara za dvoulazne tablice.

– Australaska formula

Model je predložio S t o a t e (1945). Ako se pretpostavi da je volumen stabla kao funkcija temeljnice g ($g = d^2 \cdot \pi/4$ d-promjer u metrima) unutar pojedine visinske klase, linearno ovisan

$$V = a + bg, \quad (36)$$

a parametri a i b linearno ovisni o visini

$$a = a_1 + b_1h \quad i \quad (37)$$

$$b = a_2 + b_2h, \quad (38)$$

dobijemo da je

$$V = a_1 + b_1h + a_2g + b_2gh \quad (39)$$

ili

$$V = A + Bh + Cd^2 + Dd^2h \quad (40)$$

Računske metode su moderno sredstvo za izjednačavanje podataka. Podržane elektronskim računalom, te metode imaju potpunu prevlast. Pri tom možemo istaknuti slijedeće prednosti:

– subjektivnost u izjednačavanju je svedena na minimum. Čak ni izbor regresijskog modela ne mora biti subjektivan: može se izjednačiti model s puno parametara pa onda odbaciti sve nesignifikantne (regresijska analiza). Na taj način će svaka ponovna obrada istih opažanih podataka dati isti rezultat.

– Omogućena je primjena teorije vjerojatnosti (greška uzorka te veličina uzorka, signifikantne razlike, točnost tablica itd.)

– Ekonomičnost se postiže manjim brojem potrebnih modelnih stabala i primjena automatske obrade podataka. Planirana veličina uzorka određena je željenom preciznošću.

– Rezultat računskog izjednačenja je regresijski model poznatih parametara koji je danas mnogo jednostavnije primjenjivati nego samu tablicu. Za to je čak dovoljno posjedovati vrlo jeftini džepni znanstveni kalkulator.

– Regresijski model postaje koristan i u primjeni simulacija (Kružić 1991).

Dobar regresijski model po Enriquesu (Peschel 1938, 175) trebao odgovarati ovim uvjetima:

1. da sadržava malen broj proizvoljnih parametara;
2. da prikazuje zakonitost tako uspješno da se upotrebom većeg broja parametara kod funkcije sličnog ili kakva drugog oblika ne mogu postići bolji rezultati (odnosno aproksimacija);
3. da dopušta ekstrapolaciju.

Kad je riječ o dovolaznim tablicama, moglo bi se još dodati:

4. da se model može primijeniti univerzalno za sve vrste drveća i za krupno i za sitno drvo.

Funkcija treba biti plastična, ali ujedno i karakteristična. Prevelika plastičnost ne valja, takvu ima na primjer polinom: $y = a + bx + cx^2 + dx^3 + \dots$ koji se može prilagoditi svakakvim podacima te je zbog toga nekarakterističan. Oprezna ekstrapolacija može se tolerirati, osobito kod modela koji su kruto definirani npr. pravac (Garlick & Barnes 1981, 38), ali i kod modela koji se *a priori* mogu linearizirati, npr. log-log papirom (inače, svaki se model ako su mu poznati parametri, može linearizirati).

CILJ ISTRAŽIVANJA – AIM OF INVESTIGATION

Moramo biti svjesni da će se vrlo teško moći pronaći takav regresijski model koji će zadovoljiti sva 4 prethodna navedena uvjeta. Međutim elektronsko računalo otvara nove mogućnosti, ali postavlja i nove zahtjeve.

Prvi zahtjev je da se stavlja težište na točku 4. Naime, ako se programira aplikacija koja zahtijeva primjenu dvoulaznih tablica te ako se udovoljilo uvjetu pod točkom 4, tj. ako se za sve vrste koristimo istim modelom, u program će biti dovoljno ugraditi samo jedan algoritam: parametri će biti složeni u datoteci po istom redoslijedu, gdje će slog datoteke određivati šifru vrste ili će pak u jednom polju iste datoteke biti zapisana šifra vrsta. To sve olakšava proširivanje aplikacije novim vrstama drveća.

Zahtjev pod točkom 3 također je vrlo bitan. U primjeni aplikacije postoji uvijek vjerojatnost pojave podataka i izvan opsega baze podataka na temelju kojih su izjednačene naše tablice. Ako je riječ o regresijskom modelu koji omogućava lošu ekstrapolaciju, mogli bi se dobiti loši rezultati računanja volumena stabla odnosno sastojine.

Cilj ovog rada je da se, u skladu s potrebama i mogućnostima, pronađe i predloži takav model koji će nastojati zadovoljiti svim zahtjevima, a imajući pred očima i situaciju glede već postojećih domaćih tablica. Poznato je da su gotovo sve domaće drvnogromadne dvoulazne tablice novijeg datuma (Špiranec 1975) izjednačene na način kako to predlaže Emrović u svom doktorskom radu (Emrović 1960).

Emrović je dokazao da nije dopustiva linearnost konturnih linija za tanka stabla (do 20 odnosno 25 cm prsnog promjera) u primjeni logaritamski transformiranoga Schumacher-Hallova modela. Stoga regresijski model dijeli u dva dijela, tanka stabla se izjednačuju grafički, a ostali dio – računski. Na taj način dobivene tablice zahtijevaju kod stabala debljih od 20 (25) cm primjenu Meyerove korekture (Meyer 1941), a dobiven Schumacher-Hallov regresijski model nije primjenjiv kod tanjih stabala. U automatskoj obradi podataka primjenom elektronskog računala, što je već naprijed istaknuto, puno je prikladniji regresijski model s poznatim parametrima nego sama tablica nepoznatih parametara.

Zbog toga se nameće potreba pronalazjenja takva modela primjenom kojega bi se otklonio i taj nedostatak, a isti model mora biti izjednačen bez logaritamske transformacije.

METODA RADA – WORKING METHOD

Kako je već u uvodu spomenuto, izjednačenje možemo provesti neposredno (izjednačenje volumena) i posredno (izjednačenje obličnih brojeva).

Kod neposrednog izjednačenja, pojavljuje se poznati biometrijski problem nehomogenost varijabilnosti oko linije odnosno plohe izjednačenja. Varijanca se mijenja proporcionalno nezavisnoj varijabli (varijablama!). Kako to izgleda, možemo vidjeti na slici 1, gdje je prikazan volumen kao funkcija promjera (d). Također, nehomogenost varijabilnosti možemo vidjeti i na slici 2, gdje je prikazan volumen kao funkcija d^2h . Metoda najmanjih kvadrata se u ovom slučaju, ne može primijeniti direktno. Potrebno je obaviti izjednačenje primjenom težina. Na primjer, kako je to radio Matis (1986):

$$V = b_0 + b_1d + b_2h + b_3dh + b_4d^2h \quad (32)$$

i model 33 s težinom $(d^2h)^{-1}$

$$V/d^2h = a_0 + a_1(1/d) + a_2(1/d^2) + a_3(1/dh) + a_4(1/d^2h) \quad (33)$$

Autori tablica za indijski kesten (*Aesculus indica*) (Ch e e m a i dr. 1986, 1987), očit o nisu vodili računa o toj činjenici te su volumene izjednačavali modelima:

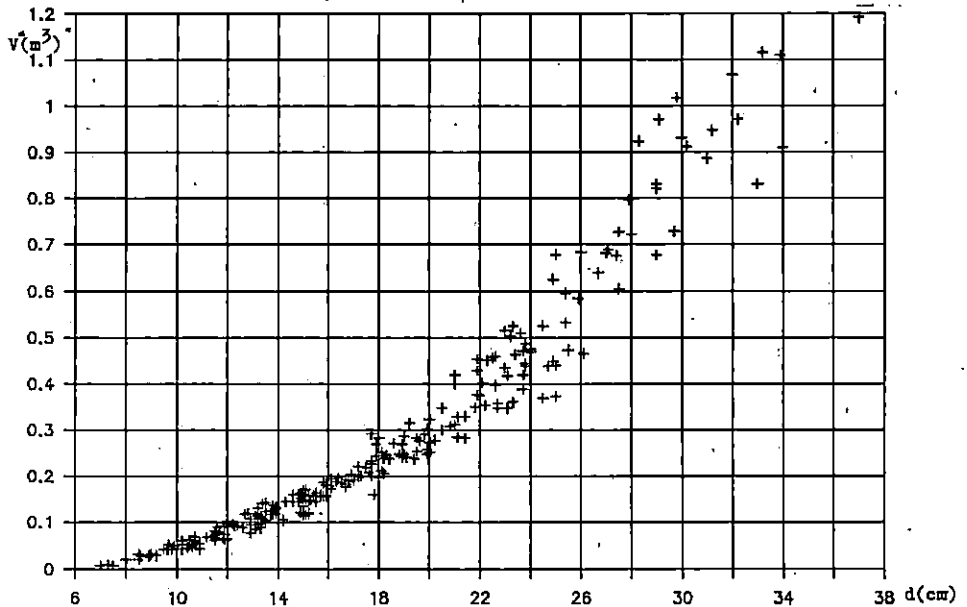
$$v = A + Bd^2h \quad (15)$$

i

$$v = A(d^2h)^B, \quad (16)$$

i naveli da model 15 daje korelacijski koeficijent $R = .9857$, dok model 16 daje $R = .8563$, što im je bilo dovoljno da se odluče jednostavno za model 15 jer je dao veći korelacijski koeficijent.

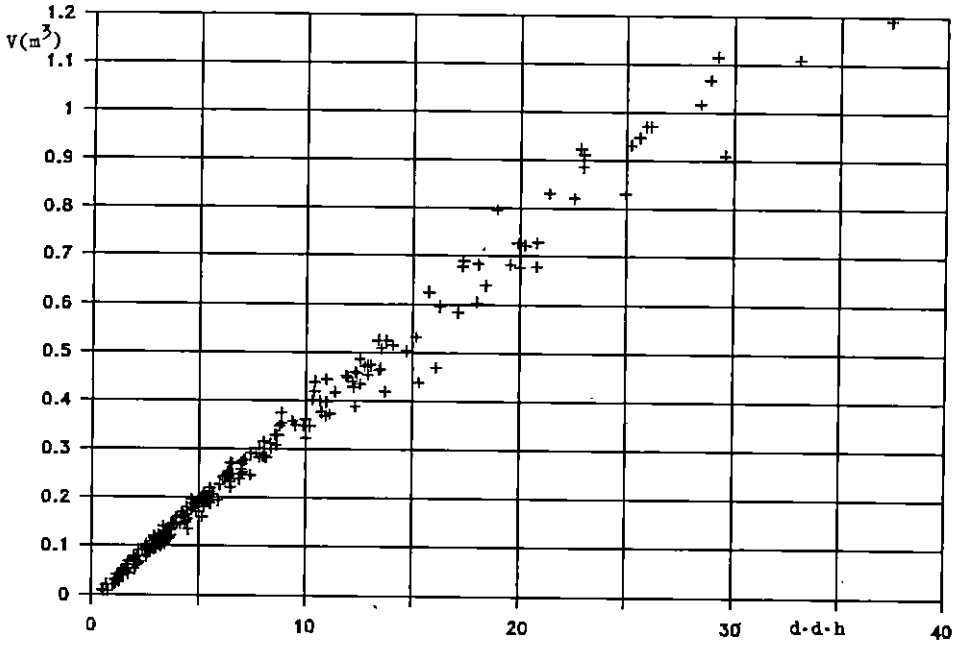
Sl. - Fig. 1. Odnos između volumena stabla i prsnog promjera - Relationship between tree volume and breast height diameter



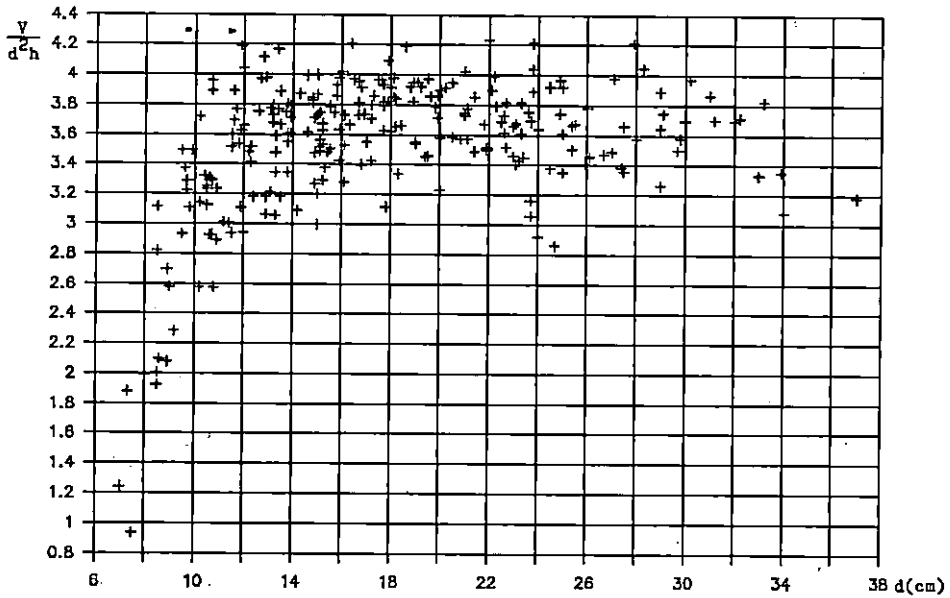
Na slici 4. vidi se prikaz logaritma volumena kao funkcije log d. Vidi se da se logaritamskom transformacijom, postigla homogena varijabilnost.

Isto se vidi iz slike 5, koja je uzeta iz E m r o v i ć e v a doktorskog rada. Na osi y nanese su standardne devijacije oko plohe izjednačenja kao funkcija volumena valjka. Vidimo da se standardna devijacija volumena može izjednačiti pravcem nagiba 45°, a to znači da je ona upravo proporcionalna volumenu valjka, tj.

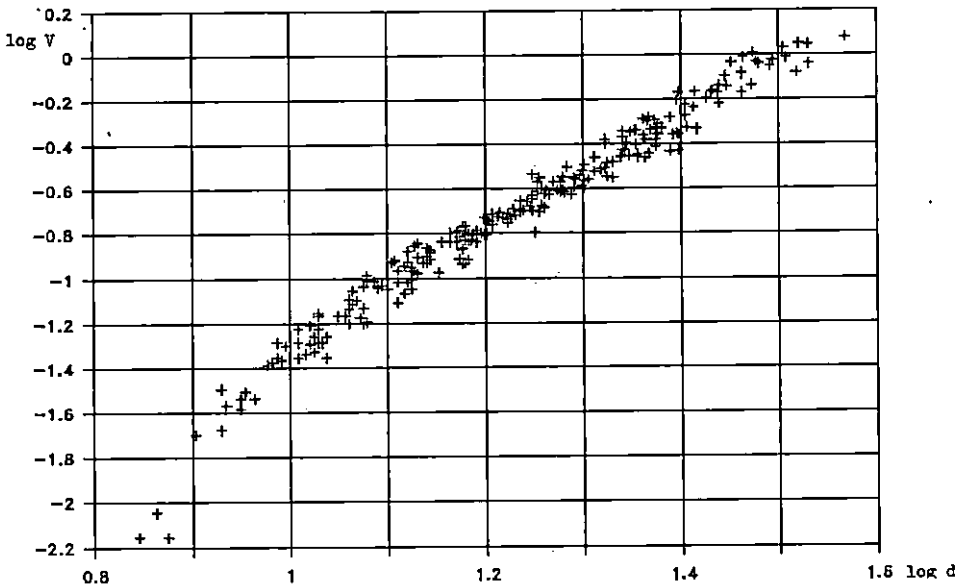
Sl. - Fig. 2. Odnos između volumena stabla i produkta d·d·h u tisućama - Relationship between tree volume and d·d·h product in thousands



Sl. - Fig. 3. Odnos između ponderiranog volumena i prsnog promjera - Relationship between weighted volume and breast height diameter (d.d.h)



Sl. - Fig. 4. Odnos između logaritma volumena i log. prsnog promjera - Relationship between logarithmic volume and logarithmic d.b.h.



vrijednosti d^2h . Vidi se također da je odgovarajuća standardna devijacija logaritama volumena uglavnom konstantna. Nešto je veća samo kod najtanjih stabala, a to znači da tanka stabla dobivaju čak i malo veći ponder nego što trebaju, pogotovo imajući na umu činjenicu da su to manji volumeni.

Iz slike 1. i 4. može se još nešto zaključiti. Naime, iz slike 4. vidi se da je ta veza približno linearna te ako učinimo njeno izjednačenje gdje je:

$$\ln(y) = a + b \ln(x), \quad (41)$$

znači da je antilogaritmirano riječ o modelu:

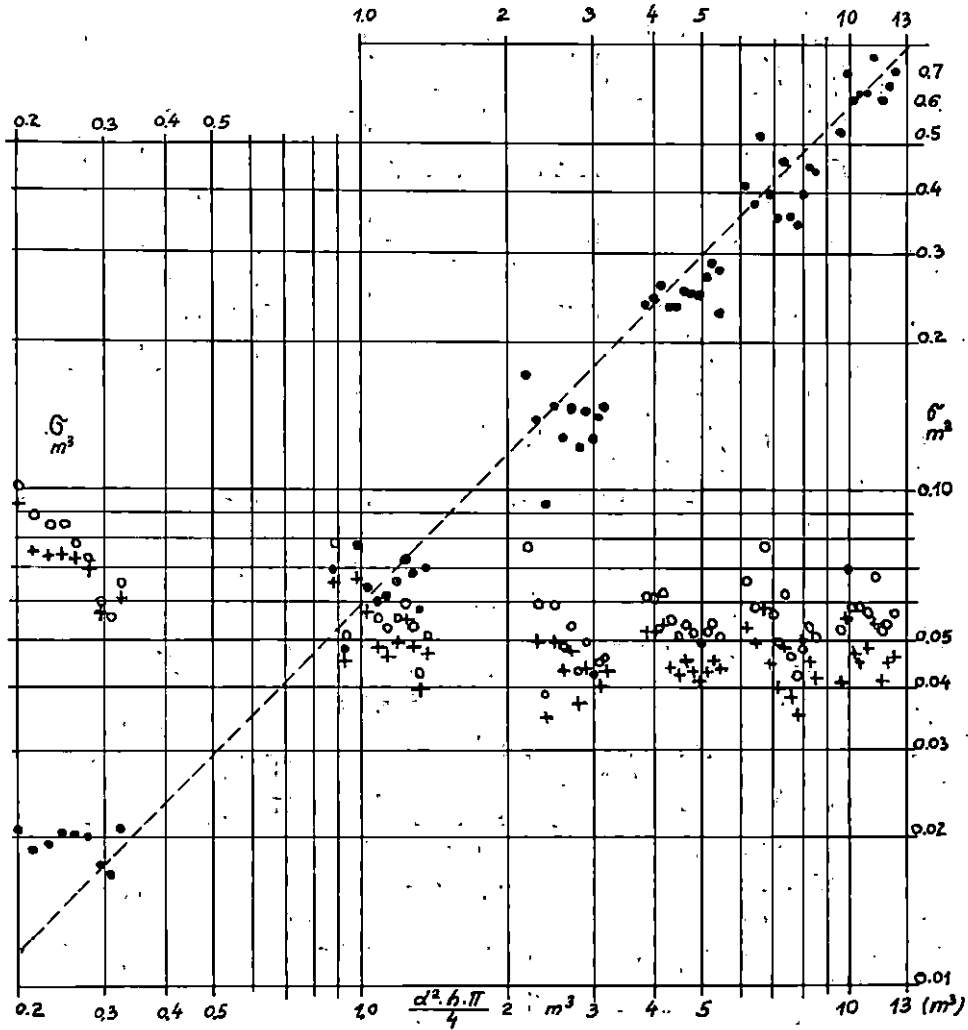
$$y = ax^b \quad (42)$$

odnosno $V = ad^b$. Ako uvedemo još jednu varijablu (visinu h) i još jedan parametar (c), dobit ćemo Schumacher-Hallov model (izraz 23). Dakle, iz toga izlazi da bi taj model prema slici problema trebao biti vrlo dobar.

Pod posrednim izjednačenjem razumijevamo izjednačenje obličnih brojeva kao funkcije promjera.

Oblični broj, kako je opisano u uvodu, jest broj kojim treba množiti volumen valjka promjera d i visine h da bi se dobio volumen stabla promjera d i visine h . Dijelovi debla (a deblu nas kao dio stabla najviše interesira) teže ka obliku valjka. Sekcioniranjem stabla određujemo volumen s pretpostavkom da su male sekcije stabla valjak. Imajući na umu sve činjenice u vezi s volumenom i oblikom debla, teorija obličnog broja se pokazuje kao ispravan pristup problemu. Osim toga same oblične brojeve možemo i moramo izjednačavati neposredno jer je varijabilnost obličnih brojeva prilično homogena (Evert 1969). Vidimo to na slici 5, gdje

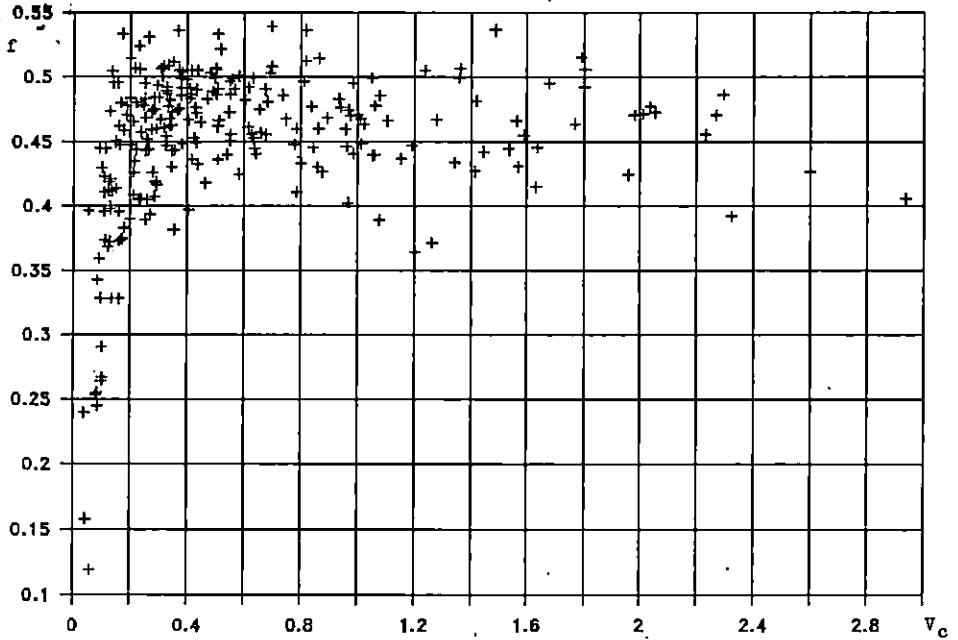
Sl. - Fig. 5. Bukva iz Moslavačke gore. Prikaz odnosa između stand. devijacije obličnog broja (drvne mase) i volumena valjka - Beech from Moslavačka gora. Relationship between standard deviation of the form factor (volume) and volume of cylinder (Emrović 1954)



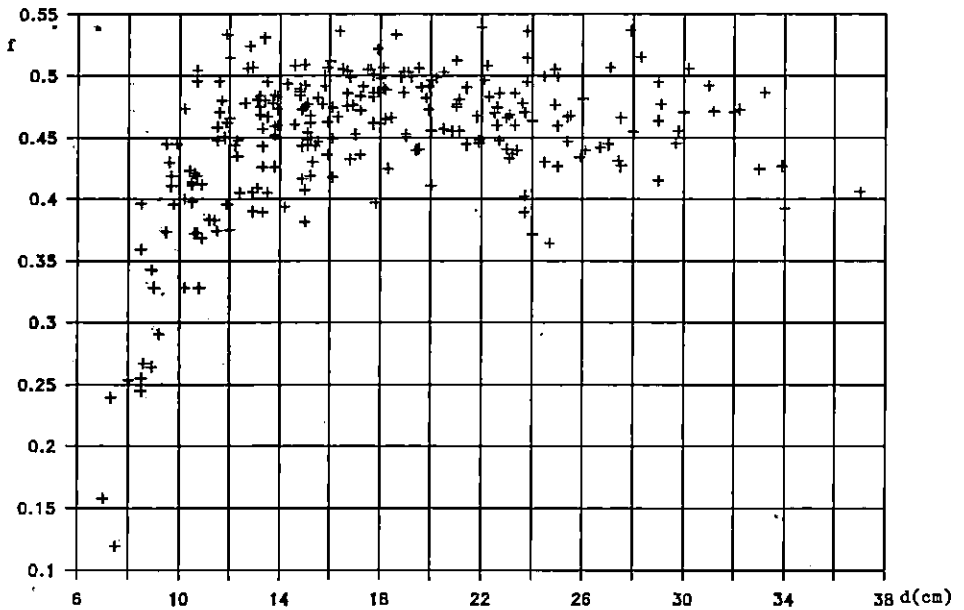
- Stand. devijacija drvne mase (krupno drvo) - Stand. deviaton of volume
- Standardna devijacija obličnog broja - Stand. deviation of form factor
- +++ Stand. dev. logaritma drvne mase - Stand. deviation of volume logarithm

standardna devijacija obličnih brojeva prikazana kao funkcija valjka $d^2h\pi/4$, ima čak blagi pad. Iz toga proizlazi da ni u kojem slučaju ne bismo smjeli izjednačavati oblične brojeve primjenom logaritamske transformacije (jer taj način izjednačavanja ima pogrešku već i u slučaju kad je varijabilnost homogena. Na slici 6. može se vidjeti kako se oblični broj ponaša kao funkcija valjka, odnosno na slici 7. kao

Sl. - Fig. 6. Odnos između obličnog broja i odgovarajućeg volumena valjka (V_c) - Relationship between form factor and appropriate volume of the cylinder (V_c)



Sl. - Fig. 7. Odnos između obličnog broja i prsnog promjera - Relationship between form factor and breast height diameter (d.b.h)



funkcija promjera.

Svaki model koji se upotrebljava za izjednačavanje volumena može služiti i za izjednačavanje obličnog broja, tako da se podijeli s volumenom valjka. Ako, na primjer, model (izraz 32) kojim se koristio *M a t i s* (1986), podjelim s $d^2h\pi/4$, dobivamo:

$$\frac{V}{d^2h\pi/4} = \frac{b_0}{d^2h\pi/4} + \frac{b_1d}{d^2h\pi/4} + \frac{b_2h}{d^2h\pi/4} + \frac{b_3dh}{d^2h\pi/4} + \frac{b_4d^2h}{d^2h\pi/4}$$

i ako to sredimo, dobivamo:

$$f = a_0 + a_1(1/d) + a_2(1/d^2) + a_3(1/dh) + a_4(1/d^2h) \quad (43)$$

Desna strana jednadžbe 43 jednaka je desnoj strani modela 33, iz čega se vidi da je *M a t i s* ov način izjednačavanja s težinama potpuno jednak izjednačavanju obličnih brojeva.

U ovom će se radu usporediti izjednačavanje različitim modelima. Svi će modeli biti izjednačavani metodom najmanjih kvadrata te metodom nadopunjka (*E m r o - v i ć* 1958, *S n e d e c o r* 1967).

Izjednačavat će se isključivo oblični brojevi. Jedino će modelom 23 i još nekim sličnima (prvi put primijenjenima u ovom radu) biti izjednačeni i volumeni.

Budući da će svi modeli biti upotrijebljeni za izjednačavanje obličnog broja, oni će se transformirati na način opisan u uvodu.

Metoda najmanjih kvadrata je općepoznata metoda opisana u svakoj statistici te je nije potrebno ovdje posebno opisivati.

Metoda nadopunjka je ustvari isto oblik metode najmanjih kvadrata, jer je uvjet izjednačenja također suma kvadratnog odstupanja (SKO) = minimum, ali se do parametara kod kojih je ispunjen taj uvjet dolazi na nešto kompliciraniji način. Metoda se primjenjuje kod onih modela kod kojih je ustvari nemoguće stnadardnom metodom doći do *G a u s s o v i h* normalnih jednadžbi. Osniva se na pretpostavljanju vrijednosti parametara, npr. A_0, B_0, C_0, \dots , i traženju onih nadopunjaka *A, B, C* ... koje treba dodati pretpostavljenim parametrima, kod kojih je zadovoljen uvjet da je suma kvadratnog odstupanja jednaka minimumu. Metodu ćemo objasniti na slijedećim modelima.

$$V = A d^{B_0} h^{C_0} e^{-D_0 d^{-4}} \quad (44)$$

$$V = (A_0 + A) d^{(B_0 + B)} h^{(C_0 + C)} e^{-(D_0 + D)d^{-4}} \\ = f(A_0 + A, B_0 + B, C_0 + C, D_0 + D) \quad (45)$$

Primjenom *T a y l o r o v e* formule ovo možemo prikazati kao:

$$V = f(A_0, B_0, C_0, D_0) + \frac{\delta f}{A} A + \frac{\delta f}{B} B + \frac{\delta f}{C} C + \frac{\delta f}{D} D + \dots \quad (46)$$

Ako se zanemare članovi višeg reda, izlazi:

$$\frac{\delta f}{\delta A} = d^{B_0} h^{C_0} e^{-D_0 d^{-4}} = L$$

$$\frac{\delta f}{\delta B} = A_0 h^{C_0} e^{-D_0 d^{-4}} d^{B_0} \ln(d) = M$$

$$\frac{\delta f}{\delta C} = A_0 d^{B_0} e^{-D_0 d^{-4}} h^{C_0} \ln(h) = N$$

$$\frac{\delta f}{\delta C} = A_0 d^{B_0} h^{C_0} e^{-D_0 d^{-4}} (-d^{-4}) = O \quad (47)$$

$$V = A_0 d^{B_0} h^{C_0} e^{-D_0 d^{-4}} + AL + BM + CN + DO. \quad (48)$$

ako se opažani iznos funkcije, koji odgovara argumentima d_i i h_i obilježi s v_i , a pripadna izjednačena vrijednost s V_i koja je računata po desnoj strani gornje jednadžbe, s time da su parametri A_0 , B_0 , C_0 , i D_0 pretpostavljene vrijednosti, a parametri A , B , C , i D odgovarajući nadopunjeci kod kojih će biti zadovoljen uvjet suma kvadratnog odstupanja (SKO) = minimum, tj.:

$$\sum (V_i - v_i)^2 = \text{minimum}, \quad (49)$$

dobit će se sljedeći izraz:

$$\sum (A_0 d_i^{B_0} h_i^{C_0} e^{-D_0 d_i^{-4}} + AL_i + BM_i + CN_i + DO_i - v_i)^2 = \text{minimum} \quad (50)$$

Učinimo li još jednu supstituciju poput one pod 47

$$A_0 d_i^{B_0} h_i^{C_0} e^{-D_0 d_i^{-4}} - v_i = K_i, \quad (51)$$

sljedi:

$$\sum (V_i - v_i)^2 = (K_i + AL_i + BM_i + CN_i + DO_i)^2 = \text{min}. \quad (52)$$

Ako izraz 52 promatramo kao funkciju s argumentima A , B , C i D , onda do njezina minimuma dolazimo deriviranjem po svakom argumentu i izjednačenjem dobivenih derivacija s nulom.

Na taj način dobiju 4 jednadžbe s 4 nepoznanice, čijim se rješenjem dobivaju odgovarajući nadopunjeci A , B , C i D .

Iz derivacije izraza 52 po A dobije se 1. normalna jednadžba

$$\sum (L_i L_i) A + \sum (L_i M_i) B + \sum (L_i N_i) C + \sum (L_i O_i) D = \sum L_i K_i$$

Iz derivacije po B dobije se 2. normalna jednadžba

$$\sum (M_i L_i) A + \sum (M_i M_i) B + \sum (M_i N_i) C + \sum (M_i O_i) D = \sum M_i K_i$$

Iz derivacije po C dobije se 3. normalna jednadžba

$$\sum (N_i L_i) A + \sum (N_i M_i) B + \sum (N_i N_i) C + \sum (N_i O_i) D = \sum O_i K_i$$

I na kraju, iz derivacije po D dobije se 4. normalna jednadžba

$$\sum (O_i L_i) A + \sum (O_i M_i) B + \sum (O_i N_i) C + \sum (O_i O_i) D = \sum O_i K_i \quad (53)$$

Budući da smo u formuli 46 zanemarili članove višeg reda, nećemo odmah jednim računom dobiti točne nadopunjke. Zbog toga treba nadopunjke dodati prethodnoj pretpostavci te čitav postupak ponoviti, ali prije nego što se postupak

ponovi, treba izračunati sumu kvadrat. odstupanja (SKO).

$$SKO = ((A_0 + A) d^{(B_0+B)} h^{(C_0+C)} e^{-(D_0+D)d\bar{t}^4} - v_i)^2 \quad (54)$$

Nakon ponavljanja postupka dobiju se novi nadopunjci A' , B' , C' i D' te nova SKO' koja je uobičajeno manja od prethodne, tj. SKO. Sve se ponovo ponavlja, sve dotle dok se SKO smanjuje, da bi se na kraju konačno dobili oni parametri kod kojih je zadovoljen željeni uvjet SKO. Pri tome se noaravno ne postiže i uvjet suma odstupanja = 0 (SO = 0), jer je to za dotični model nemoguće (zbog toga što on nema aditivnu konstantu.

Nedostatak te metode je teoretski neriješeno pitnje standardnih devijacija parametara.

U slučaju kad se uspoređuju različiti modeli koji su i izjednačeni različitim metodama (neposredno, težine, transformacije...), onda možemo zaključak o prikladnosti modela donijeti na osnovi izračunatoga Furnivalovâ indeksa 'I' (Furnival 1961) i multiploga korelacijskog koeficijenta R, pa na temelju toga donosimo odgovarajuću odluku. Spomenuti koeficijent R računamo na ovaj način:

$$R = \sqrt{1 - \frac{s_{v,d,h}^2}{s_v^2}}$$

s_v – standardna devijacija volumena (zavisna varijabla)
 $s_{v,d,h}$ – stand. devijacija oko regresijske ravnine

Tako je na primjer u svom radu postupio Matis (1986). Njemu je model 16 dao i relativno nizak Furnivalov indeks i istovremeno relativno visok multipli korelacijski koeficijent R te se na temelju toga odlučio upravo za taj model.

Naravno da se pri odabiru daje prednost i onom modelu koji ima – uz približno isti R – manje parametara.

U slučaju usporedbe modela izjednačenih primjenom samo jedne metode, kako je učinjeno u ovom radu, nema potrebe računati Furnivalov indeks, nego se sud može donijeti samo na temelju multiplog korelac. koeficijenta R. Odabire se onaj model koji ima veći R, a manji broj parametara.

Postavlja se pitanje kako ćemo ispitati funkcije iste familije.

Funkcije koje pripadaju istoj familiji, mogli bismo zvati npr. polinome

$$y = a_0 + a_1 x \quad (55)$$

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \quad (56)$$

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 \quad (57)$$

itd. do n

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 \dots a_n x^n \quad (58)$$

Jednoj te istoj familiji pripadaju i ove funkcije:

$$y = ax \quad (59)$$

$$y = ax^b \quad (60)$$

ili

$$y = axe^{bx} \quad (60a)$$

$$y = ax^c e^{bx} \quad (61)$$

$$y = ax^c e^{bx^d} \quad (62)$$

po logici da smo svaki put dodali po jedan parametar (od a do d) i time dobivali sve plastičniji model, ali i kompliciraniji. Iz toga se nameće logično pitanje kada treba stati s dodavanjem novih parametara, jer će sigurno svaki »viši« model u nizu imati veći R . To se rutinski radi regresijskom analizom (koja je oblika analize varijance) te primjenom Fisher-Snedecorova F -testa.

Ako F -test pokaže da postoji signifikantna razlika između varijance unutar grupa i varijance sredine grupa oko linije izjednačenja, onda treba tražiti model za novu liniju izjednačenja, a to je sljedeći viši u nizu. Za taj je test potreban oprez, jer je test vrlo osjetljiv na pojedine ekstremne grupe s malim brojem podataka. U tom se slučaju može dobiti signifikantna razlika, a ako se isključi samo jedna takva grupa s relativno malim brojem podataka, onda se pak može dogoditi da test pokaže nesignifikantnu razliku. Na F -testu također utječe i nehomogenost materijala, ali u ovom slučaju će i iduća funkcija najvjerojatnije pokazati signifikantnu razliku.

Test se ne može primijeniti u slučaju gdje ima malo podataka za pojedine iznose argumenata. Uopće se ne može primijeniti kada za jedan iznos argumenata postoji samo jedno mjerenje. Kod računskog izjednačenje dvoulaznih, a pogotovo višeulaznih tablica uglavnom ćemo imati taj problem.

Osim Fisher-Snedecorova F -testa možemo ispitati i signifikantnost parametra u odnosu na nulu.

To činimo na ovaj način: izjednačimo na primjer modelom 55, zatim modelom 56 pa ako dobijemo da je parametar a_2 veći u svom apsolutnom iznosu od $2.58 \cdot s_{a_2}$ (gdje je s_{a_2} standardna devijacija parametra a_2), znači da je taj parametar signifikantno različit od nule i izjednačenje moramo obaviti modelom 56 (U ovom slučaju kažemo »linearitet nije dopušten«).

Ispitivanje na taj način jednostavno je za slučaj modela 55, 56, 57 i 58, ali što učiniti kod funkcija od 59 do 62? Ako vršimo logaritamsko izjednačenje, odgovor je jednostavan: postupamo na isti način kao i u prethodnom slučaju. Međutim kod metode nadopunjka nije teoretski riješen (barem koliko smo mi danas upoznati s tim u šumarstvu) problem standardnih devijacija parametara.

Uzimajući u obzir nedostatke prethodnih metoda, imajući na umu takođe i činjenicu da pri donošenju zaključaka o signifikantnosti, odnosno postavljenoj nul-hipotezi, postoji i tzv. pogreška druge vrste, u ovom se radu pokušala iznaći jedna više empirijska metoda. Sjetimo se najpoznatije grafičke metode izjednačenja visinske krivulje. Krivulja se izvlači prostoručno, ali se vodi računa da bude glatka. Zatim se cijeli opseg podataka nezavisne varijable (prsnog promjera) dijeli na 3 dijela. Za svaki dio posebno i ukupno se računa suma odstupanja (SO). Ako je ova suma u svakom dijelu u svom apsolutnom iznosu manja od 2% te ako je ukupna suma odstupanja (SO) manja od 1%, znak je dobrog izjednačenja. Do ove konvencije se došlo čistom empirijom. Isti bi se zahtjev sasvim opravdano mogao i trebao postaviti i računskom izjednačenju, bez obzira na to što je kod računskog izjednačenja vrlo jednostavno postići sumu odstupanja $SO < 1\%$ odnosno sumu kvadratnog odступа-

nja SKO = minimum za konkretno odabran model za cijeli opseg podataka. Sva znanja i testovi će nam slabo koristiti ako nismo stručnjaci za samo područje s kojim se bavimo (u ovom slučaju ako ne znamo *a priori* kako stvarno izgleda jedna visinska krivulja).

Nešto modificiran taj način možemo primijeniti i kod problema dvoulaznih tablica. Prvi korak je da sortiramo naše podatke po veličini prsnog promjera (pri tome ako više stabala ima isti promjer, vršimo sortiranje i po visinama). Dalji postupak te metode sastoji se u promatranju postotnog odstupanja, i to u apsolutnom smislu, konkretnih od izjednačenih podataka idući redom od najvećega do najmanjega promjera. Ako odstupanja imaju sistematski isti predznak, znak je da ispitivani model nije sigurno dobar. Dalje možemo podijeliti cijeli opseg promjera poredanih po veličini u više grupa veličine 20–30 podataka, nakon toga izračunamo intervalnu procjenu volumena populacije za svaku tako formiranu grupu podataka. Ako se nakon toga pokaže da je srednji izjednačeni volumen za ista stabla izvan intervalne procjene, znak je da ispitivani model nije dobar.

Postupak ćemo još pojasniti jednim primjerom. Uzmimo da imamo jedan uzorak gdje su stabla poredana po veličini prsnog promjera. Prvu grupu od 20 stabala čine stabla rednog broja od 1 do 20. Stablo rednog broja 1 ima prsni promjer $d = 7$ cm, a 20. stablo ima $d = 9.9$ cm. Za tih 20 stabala (promjera od 7 cm do 9.9 cm) imamo izračunato:

$$\bar{v} = 0.028 \text{ m}^3, s_v = 0.013 \text{ i } \bar{V} = 0.041$$

\bar{v} – aritmetički srednji volumen za stabla koja imaju prsni promjer veći od 7 cm i manji od 9.9 cm.

s_v – standardna devijacija istih volumena

\bar{V} – aritmetički srednji izjednačeni volumen za stabla istog intervala prsnih promjera

Te su vrijednosti izračunate za $n = 20$ stabala. Zbog toga standardna pogreška aritm. srednjeg volumena $s_{\bar{v}}$ tih stabala iznosi:

$$s_{\bar{v}} = \frac{s_v}{\sqrt{20}} = 0.0029;$$

a 95-postotna intervalna procjena za aritmet. sredinu volumena iznosi:

$$\bar{v} \pm 2.093 s_{\bar{v}} \quad (t_{19,0.05} = 2.93) \text{ odnosno}$$

$$P(0.022 < \bar{v} < 0.034) = 95\%$$

Srednji izjednačeni volumen \bar{V} iznosi 0.041 te se nalazi izvan intervalne procjene. Zbog toga možemo s najmanje 95% sigurnosti tvrditi da se u ovom slučaju za stabla rednog broja od 1 do 20, odnosno prsnog promjera od 7.0 do 9.9 cm, nije postiglo dobro izjednačenje volumena.

Također ćemo za ove grupe izračunati i postotno odstupanje izjednačenoga od opažanoga srednjeg volumena. Npr.:

$$\text{odst.}_{(\%)} = \frac{\bar{V} - \bar{v}}{\bar{v}} \cdot 100$$

Ako su grupe veličine $n = 20$ stabala, taj postotak ne bi smio u apsolutnom iznosu biti veći od 4.5%. Predlažemo sljedeću aproksimativnu formulu za računanje

postotaka:

$$\text{maksimalno dozvoljeno odst.} = \frac{10}{\sqrt{n}} \cdot 2 = 4.5\%$$

n – broj stabala u klasi (frekvencija)

Do te formule dolazimo uz pretpostavke da je prosječna stand. devijacija volumena pojedine klase 10 % te da je intervalnu procjenu dovoljno uzeti 2 stand. pogreške.

Kako je već prije istaknuto, regresijski model mora, omogućiti i dobru ekstrapolaciju.

Kvaliteta ekstrapolacije će u ovom radu biti ispitana jednim naknadnim uzorkom koji će biti izabran izvan opsega prethodno izjednačenog uzorka. Ispitivanje općenito nije sigurno, ali će dati nekakav rezultat. Rezultat će osobito biti koristan za konkretnu vrstu. Ispitivanje provodimo na sljedeći način. Nakon ispitivanja čitavog niza modela (uglavnom jednakog broja parametara) odabrat će se nekoliko najboljih. Po njima će se obračunati izjednačeni volumeni i usporediti s konkretnim volumenom dobivenim sekcioniranjem (po srednjim odstupanjima te sumi kvadratnog odstupanja SKO).

MATERIJAL – MATERIAL

Za ispitivanje u ovom radu bit će korištena sekcionirana stabla crne joha (*Alnus glutinosa*). Ti su podaci spremljeni u Katedri za dendrometriju Šumarskog fakulteta u Zagrebu. Na osnovi njih su izjednačene postojeće domaće tablice za joha u Šumarsko-tehničkom priručniku. Tablice su izjednačene nomogramskom metodom. Isti podaci su sad pohranjeni i na disketi.

Ukupno ima 252 stabla. Treba napomenuti da su pri izjednačavanju postojećih tablica bila upotrijebljena 232 stabla. Odbačeno je bilo prvih 20 najtanjih stabala (to potvrđuje činjenicu da tanka stabla nepovoljno djeluju i na izjednačenje nomogramskom metodom).

Podaci su skupljeni s područja Posavine i Podravine odnosno obuhvaćeni su najveći dijelovi areala ove vrste u Hrvatskoj. Budući da joha spada u vrste drveća s izraženom centralnom osi debla, moglo bi se pretpostaviti da oblični broj nije jako varijabilan (?!).

Najdeblja stabla u uzorku imaju gornju granicu opsega prsnog promjera 38 cm. To će osobito pogodno omogućiti ispitivanje ekstrapolacije, jer će se na terenu lako naći stabla deblja od 38 cm.

U volumen je uključen volumen krupnog drveta (do 7 cm). Volumen panja nije uzet u obzir, a za visinu panja uzeta je 1/3 prsnog promjera.

Tablica 1. prikazuje distribuciju obličnih brojeva ovoga uzorka po visinko-debljinskim klasama.

Za ispitivanje ekstrapolacije sekcionirana su johova stabla u dubjećem stanju primjenom BitterlicHOVA zrcalnog relaskopa (Bitterlich 1984) na sljedeći način:

Tab. 1. Dbljeni broj i broj stabala po visinsko-debljinskim klasama - Form factor and number of sample trees through diameter and height classes

h	d→	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37				
9	n		.240		.397																																
10	n		1		1																																
11	n																																				
12	n		.158																																		
13	n			.119		.434	.369																														
14	n		.416		.343	.413	.404	.436																													
15	n				.280	.428	.441	.436	.445		.445																										
16	n					.254	.312	.394	.496	.459	.465		.434	.504		.448		.491																			
17	n						.267	.419	.375	.454	.458	.452	.451	.481	.492	.487	.503	.503																			
18	n							.378	.474	.460	.465	.452	.490	.494	.506	.470	.475	.451	.523	.473	.537	.429															
19	n								.439	.531	.457	.476	.480	.467	.486	.493	.491	.483		.441	.515	.477															
20	n									.475	.433		.433	.487	.487	.487	.465	.468			.460	.454															
21	n										.467	.449	.443		.492	0	0	.503	.497	.468																	
22	n													.436	.425	.476	.441	0	.446	.461	.450	.500															
23	n											.418								.467													.424				
24	n														.482	0	0	.495	.483	.458	.434	.447			.507	.482		.446	.493								
25	n															0	0	.411		.465	.446						.456	.506		.473							
26	n																			.447	0			.434	.443	.461		.472				.392					
27	n																			.448	.452			.482	.438		.464			.487				.406			
28	n																					.372	.500				.471		.471								
29	n																									.516								.427			
30	n																																				
31	n																											.477									
32	n																																			.456	

Kružić, T.: Izbor regresijskog modela za izjednačenje drvnogromadnih tablica. Glas. šum. pokuse 29:149-198, Zagreb, 1993.

- Za uzorak su uzeta stabla p. promjera većega od 38 cm, dakle izvan opsega izjednačenog uzorka.
- Milimetarskom promjerkom mjerni su promjeri na visini 0.3, 0.8, 1.3 i 2.3 m od zemlje.
- Sljedeće više sekcije bile su po 2 m, mjerene relaskopom
- Instrument je bio postavljen na štapu zabodenom u zemlju. Pri tom se upotrebljavao dio skinut s prsnog nosača Biterlichova zrcalnog relaskopa.
- Horizontalna udaljenost je bila najčešće 15 m mjerena točno čeličnom vrpcom.

OBRADA PODATAKA - DATA PROCESSING

Vrlo opsežna obrada podataka napravljena je većinom na Mikrohitovu PC AT računalu. Dio podataka obrađen je jednim XT-om također Mikrohitovima. Jedan vrlo mali dio je učinjen i s kućnim računalom APPLE IIc.

Pri tom je korišten vlastiti softwear uglavnom napravljen u programskom jeziku GW-BASIC i standardni softwari za tebelarnu obradu, procesor riječi i grafiku (Lotus 123 i Framework) te Apple-works.

Rezultati izjednačenja Schumacher-Hallovim modelom - Results of fitting by Schumacher-Hall-s function

Izjednačenje tim modelom je obavljeno na tri načina, tj. uz sljedeće uvjete:

- a) $\sum (V_i - v_i)^2 = \text{minimum}$
- b) $\sum (\ln V_i - \ln v_i)^2 = \text{minimum}$
- c) $\sum (F_i - f_i)^2 = \text{minimum}$.

Rezultat izjednačenja prikazan je u tabelama 2, 3, 4. i 5.

Iz rezultata se vidi da je način pod a i b dao jako veliki R, dok je kod obličnih brojeva R izuzetno malen. Nadalje, postoji pravilnost odstupanja izjednačenih od konkretnih podataka. Vidi se da je metoda pod a dala veliko postotno odstupanje za prvih 60 stabala (poredanih po veličini prsnog promjera), dalje je odstupanje manje od 3.5%. Trend odstupanja (vidi se i na slikama 8-16) u prvoj je polovici podataka pozitivan; a u drugoj polovici pretežno negativan. Logaritamsko izjednačenje (metoda pod b) dalo je tek manje odstupanje za prvih 40 pdoataka, ali dalje slijedi veliko negativno odstupanje do polovice te od polovice, veliko pozitivno odstupanje. Metoda pod c se našla negdje između ta dva izjednačenja. Imajući na umu činjenicu da u tom uzorku stablo pod rednim brojem 60 ima prsni promjer 12.9 cm, čiji su volumeni krupnog drva mali u apsolutnom smislu, izjednačenje pod a je najprihvatljivije, jer iako su velika relativna odstupanja kod tih stabala, u apsolutnom pogledu su mala te je model kao takav primjenjiv. To je potpuno u skladu sa zaključcima Emrovićeve disertacije (E m r o v i ć 1960), ali kad je riječ o logaritamskom izjednačenju, gdje se vidi da su ta odstupanja relativno velika za cijeli opseg, a pogotovo štetno velika za najdeblja stabla, koja imaju najveće volumene, očit je

Tab. 2. Izjednačene primjenom Schumacher-Hallovega modela s tri različite metode izjednačenja - Fitting by Schumacher-Hall's model using three different fitting methods

Metoda - Fitting izjed. method	Parametri - Parameters			R
	A	B	C	
$\sum(V_1 - v_1)^2 = \min.$.0000427	1.9479	.9989	.9932
$\sum(\ln V_1 - \ln v_1)^2 = \min.$.0000234	2.2957	.8523	.9818
$\sum(F_1 - f_1)^2 = \min.$.3530530	.2283	-.1366	.4698

V_1 - Izjednačeni volumen - Fitted volume
 v_1 - Opažani volumen - Measured volume
 F_1 - Izjednačeni oblični broj - Fitted form factor
 f_1 - Opažani oblični broj - Measured form factor
 R - Multipli korelacijski koeficijent - Coefficient of multiple correlation

Tab. 3. Izjednačeno Schumacher-Hallovim modelom uz uvjet - Fitted by Schumacher-Hall's model assuming that $\sum(V_1 - v_1)^2 = \min.$

N_0	n	\bar{v}_1	\bar{V}_1	s_{v_1}	$\frac{t \cdot s_{v_1}}{\sqrt{n}}$	$d = \bar{V}_1 - \bar{v}_1$	$\frac{d \cdot 100}{\bar{V}_1}$
1-20	20	.028	.041	.013	.0074	.013	31.27
21-40	20	.056	.066	.009	.0053	.010	14.72
41-60	20	.087	.090	.016	.0095	.004	4.12
61-80	20	.113	.117	.015	.0089	.004	3.48
81-100	20	.141	.143	.019	.0107	.002	1.67
101-120	20	.161	.163	.017	.0096	.002	1.14
121-140	20	.201	.196	.015	.0088	-.004	-2.04
141-160	20	.248	.240	.035	.0204	-.008	-3.44
161-180	20	.299	.292	.047	.0274	-.007	-2.34
181-200	20	.402	.398	.061	.0351	-.004	-1.09
201-220	20	.467	.469	.079	.0458	.002	.45
221-240	20	.691	.679	.134	.0771	-.012	-1.79
241-252	12	.991	.989	.109	.0812	-.002	-.23

N_0 - Redni broj stabla - Ordinal numeral of tree
 n - Frekvencija - Frequency
 \bar{V}_1 - Aritm. sredina izjednačenih volumena - Arithmetic mean of fitted volume
 \bar{v}_1 - Aritm. sredina opaženih volumena - Arithmetic mean of measured volume
 s_{v_1} - Stand. devijacija opažanog volumena - Stand. deviation of measured volume
 t - Varijabla - Variable (t = 2.58)

zaključak da je logaritamsko izjednačenje loše. S primjenom Meyerove korekture (Meyer 1941), već loše izjednačenje u tom bi slučaju, sigurno učinili još lošijim, jer je vrijednost ove korekture uvijek veća od 1.

Zapravo bismo jednostavno mogli obaviti izjednačavanje po Emrovićevoj metodi (Emrović 1960) odbacivanjem tankih stabala, jer je očito da je ovaj model

Tab. 4. Izjednačeno Schumacher-Hallovim modelom uz uvjet - Fitted by Schumacher-Hall's model assuming that $\sum(\ln V_i - \ln v_i)^2 = \min.$

N_0	n	\bar{v}_1	\bar{V}_1	s_{v_1}	$\frac{t - s_{v_1}}{\sqrt{n}}$	$d = \bar{V}_1 - \bar{v}_1$	$\frac{d - 100}{\bar{V}_1}$
1-20	20	.028	.033	.013	.0074	.004	13.29
21-40	20	.056	.055	.009	.0053	-.001	-1.87
41-60	20	.087	.078	.016	.0095	-.008	-10.71
61-80	20	.113	.104	.015	.0089	-.009	-8.67
81-100	20	.141	.131	.019	.0107	-.010	-7.72
101-120	20	.161	.152	.017	.0096	-.009	-6.15
121-140	20	.201	.188	.015	.0088	-.012	-6.42
141-160	20	.248	.235	.035	.0204	-.013	-5.71
161-180	20	.299	.295	.047	.0274	-.004	-1.31
181-200	20	.402	.409	.061	.0351	.007	1.68
201-220	20	.467	.494	.079	.0458	.027	5.42
221-240	20	.691	.735	.134	.0771	.044	5.98
241-252	12	.991	1.126	.109	.0812	.134	11.93

N_0 - Redni broj stabla - Ordinal numeral of tree

n - Frekvencija - Frequency

\bar{V}_1 - Aritm. sredina izjednačenih volumena - Arithmetic mean of fitted volume

\bar{v}_1 - Aritm. sredina opaženih volumena - Arithmetic mean of measured volume

s_{v_1} - Stand. devijacija opažanog volumena - Stand. deviation of measured volume

t - Varijabla - Variable (t = 2.58)

Tab. 5. Izjednačeno Schumacher-Hallovim modelom uz uvjet - Fitted by Schumacher-Hall's model assuming that $\sum(F_i - f_i)^2 = \min.$

N_0	n	\bar{v}_1	\bar{V}_1	s_{v_1}	$\frac{t - s_{v_1}}{\sqrt{n}}$	$d = \bar{V}_1 - \bar{v}_1$	$\frac{d - 100}{\bar{V}_1}$
1-20	20	.028	.034	.013	.0074	.006	17.51
21-40	20	.056	.058	.009	.0053	.001	1.94
41-60	20	.087	.081	.016	.0095	-.006	-7.40
61-80	20	.113	.106	.015	.0089	-.006	-6.05
81-100	20	.141	.133	.019	.0107	-.008	-5.72
101-120	20	.161	.154	.017	.0096	-.007	-4.61
121-140	20	.201	.190	.015	.0088	-.010	-5.50
141-160	20	.248	.236	.035	.0204	-.012	-5.29
161-180	20	.299	.294	.047	.0274	-.005	-1.55
181-200	20	.402	.406	.061	.0351	.004	.91
201-220	20	.467	.488	.079	.0458	.021	4.21
221-240	20	.691	.721	.134	.0771	.029	4.07
241-252	12	.991	1.091	.109	.0812	.100	9.18

F_i - Izjednačeni oblični broj - Fitted form factor

f_i - Opažani oblični broj - Measured form factor

N_0 - Redni broj stabla - Ordinal numeral of tree

n - Frekvencija - Frequency

\bar{V}_1 - Aritm. sredina izjednačenih volumena - Arithmetic mean of fitted volume

\bar{v}_1 - Aritm. sredina opaženih volumena - Arithmetic mean of measured volume

s_{v_1} - Stand. devijacija opažanog volumena - Stand. deviation of measured volume

t - Varijabla - Variable (t = 2.58)

prekrut da bi mogao dobro izjednačiti sva stabla.

Zbog ovog ćemo ispitivati neki drugi model iz iste ili druge familije funkcija i to s pretežno 4 parametra.

Varijabilnost običnih brojeva je homogena te je u tom slučaju multipli korelacijski koeficijent R dobar pokazatelj izjednačenja, a on je kod metode pod c vrlo nizak. Zbog toga će dalje izjednačenje biti provedeno samo s izjednačenjem obličnih brojeva bez logaritamske transformacije (metodom najmanjih kvadrata ili metodom nadopunjka)

Izjednačenje obličnih brojeva raznim modelima s 4, 5 i 6 parametara

– Results of fitting the form factor using functions with 4, 5 i 6 parameters

Rezultat tog izjednačenja s obzirom na parametre, vrijednost multiploga korelacijskog koeficijenta R i standardne devijacije oko plohe izjednačenja prikazan je u tablici 6. i 7.

Modeli rednog broja od 1 do 20 u tablici 6. razni su modeli tipa polinoma s 4 parametra. Njima se koristio E m r o v i ć u svojoj disertaciji (E m r o v i ć 1953, 1960). Model 18 je ustvari poznata australska formula (izraz 39, 40), ali modificirana za oblični broj kao što su i ostali modeli. Tako je model pod rednim brojem 22 N ä s l u n d o v a formula (N ä s l u n d 1941). S obzirom na veličinu koeficijenta R vidi se da je od svih modela familije polinoma, tj. od 1. do 23. na popisu, najbolji rezultat za izjednačenje obličnog broja johe dala australska formula (model 18 iz tab. 6).

Model pod br. 24 je sličan W e i b u l o v o j distribuciji, a uzet je iz rada W. B. S m i t h a (S m i t h & W e i s t 1982). Autor se njime služi za izjednačenje tarifa, te je umjesto SI (site index) ovdje stavljena visina. Modeli od broja 25 do 29 su kombinacija S c h u m a c h e r - H a l l o v a modela i eksponencijalne funkcije. Eksponencijalni faktor ima parametar D i nezavisnu varijablu d potenciranu na eksponent n, gdje je $n = -1, -2, -3 \dots -5$. Budući da je n uvijek negativan, cijeli faktor kao takav ima svojstvo da ako promjer d raste, on asimptotski teži ka 1 te ima sve manje utjecaj na vrijednost S c h u m a c h e r - H a l l o v a dijela. Brzina približavanja asimptoti svakako zavisi od eksponenta 'n' nad promjerom u faktoru e^d , gdje je $t = D \cdot d^n$, a $n = -1, -2, -3 \dots -5$. Za joku iz ovog rada najbolji rezultat je dao model 28 iz tablice 6 gdje je $n = -4$. Modeli 30, 31 i 32 pokazuju da stavljanje druge nezavisne varijable visine h u eksponent pogoršava izjednačenje. Model 33 je izabran kao moguća alternativa prethodnima, njime se također koristi u svom doktorskom radu E m r o v i ć (1960) pri ispitivanju dopustivosti linearnost. Naime, model 33 kad se logaritmiraju daje:

$$\ln f = \ln A + B \cdot \ln d + C \cdot \ln h + D \cdot \ln^2 d \quad (63)$$

Možda je također zanimljiv i model pod red. brojem 34, jer je dao dobro izjednačenje i jer je vrlo jednostavan.

U tablici 7 prikazani su rezultati izjednačenja modelima s više od 4 parametara. Model rednog broja 1 je M e y e r o v a formula izravno primijenjena za izjednačenje obličnih brojeva. Model 2 je isti model transformiran za izjednačenje obličnih brojeva. Model 4, iako je to ustvari 2 bez člana h^{-1} , dao je najbolji rezultat od svih

Tab. 6. Izjednačenje obličnog broja joha (*Alnus glutinosa*) raznim modelima s 4 parametra - Fitting the form factor of black alder (*Alnus glutinosa*) by different models having 4 parameters

No	Model izjednačenja - Regression model	Parametri - Parameters				R	s _{e, f, h}
		A	B	C	D		
1	$f = A+B \cdot d+C \cdot h+D \cdot d \cdot h$.03591	.02238	.01790	-.00098	.5784	.048753
2	$f = A+B \cdot d+C \cdot h^2+D \cdot d \cdot h^2$.21730	.01340	.00043	-.00002	.5528	.049802
3	$f = A+B \cdot d+C \cdot h^{-1}+D \cdot d \cdot h^{-1}$.68366	.01517	-5.92674	.39376	.6098	.047367
4	$f = A+B \cdot d+C \cdot h^{-2}+D \cdot d \cdot h^{-2}$.49793	.00450	-48.6710	3.75442	.6106	.047331
5	$f = A+B \cdot d+C \cdot h^0 \cdot d+D \cdot d \cdot h^0 \cdot d$	-.31015	.04410	.15758	-.00890	.5893	.048282
6	$f = A+B \cdot d^0 \cdot d+C \cdot h+D \cdot d^0 \cdot d \cdot h$	-.34750	.19745	.03300	-.00798	.6118	.047273
7	$f = A+B \cdot d^0 \cdot d+C \cdot h^2+D \cdot d^0 \cdot d \cdot h^2$	-.01406	.11143	.00080	-.00019	.5910	.048210
8	$f = A+B \cdot d^0 \cdot d+C \cdot h^{-1}+D \cdot d^0 \cdot d \cdot h^{-1}$.85530	-.11080	-11.1907	3.02928	.6348	.046180
9	$f = A+B \cdot d^0 \cdot d+C \cdot h^{-2}+D \cdot d^0 \cdot d \cdot h^{-2}$.51704	-.02604	-96.2525	28.08469	.6337	.046231
10	$f = A+B \cdot d^0 \cdot d+C \cdot h^0 \cdot d+D \cdot (d \cdot h)^0 \cdot d$	-.98938	.35942	.29106	-.07193	.6204	.046874
11	$f = A+B \cdot d^{-1}+C \cdot h+D \cdot d^{-1} \cdot h$.82834	-4.96538	-.01377	.17629	.6918	.043156
12	$f = A+B \cdot d^{-1}+C \cdot h^2+D \cdot d^{-1} \cdot h^2$.68350	-3.26070	-.00033	.00463	.6837	.043612
13	$f = A+B \cdot d^{-1}+C \cdot h^{-1}+D \cdot (d \cdot h)^{-1}$.27926	1.16640	5.57786	-55.9611	.6982	.042787
14	$f = A+B \cdot d^{-1}+C \cdot h^{-2}+D \cdot d^{-1} \cdot h^{-2}$.42578	-.50659	53.82648	-488.732	.6962	.042899
15	$f = A+B \cdot d^{-1}+C \cdot h^0 \cdot d+D \cdot d^{-1} \cdot h^0 \cdot d$	1.11220	-8.21575	-.12486	1.50722	.6946	.042991
16	$f = A+B \cdot d^{-2}+C \cdot h+D \cdot d^{-2} \cdot h$.03595	.02382	.01790	-.00098	.5784	.048754
17	$f = A+B \cdot d^{-2}+C \cdot h^2+D \cdot d^{-2} \cdot h^2$.56915	-18.1934	-.00015	.01644	.7204	.041448
18	$f = A+B \cdot d^{-2}+C \cdot h^{-1}+D \cdot d^{-2} \cdot h^{-1}$.36249	-2.94834	2.89919	-196.890	.7268	.041048
19	$f = A+B \cdot d^{-2}+C \cdot h^{-2}+D \cdot (d \cdot h)^{-2}$.43597	-8.59580	28.07095	-1766.6	.7255	.041128
20	$f = A+B \cdot d^{-2}+C \cdot h^0 \cdot d+D \cdot d^{-2} \cdot h^0 \cdot d$.78380	-35.1594	-.06152	5.13464	.7253	.041146
21	$f = A+B \cdot d+C \cdot d^{-1}+D \cdot d^{-1} \cdot h$.91824	-.01052	-3.68497	-.03943	.7246	.041188
22	$f = A+B \cdot h^{-1}+C \cdot d^{-1}+D \cdot d^{-2} \cdot h$.17400	2.77372	.30014	-2.79573	.7116	.041989
23	$f = A+B \cdot d^{-2}+C \cdot h^{-1}+D \cdot (d \cdot h)^{-1}$.40068	-12.8331	2.56305	-8.09016	.6985	.042769
24	$f = A \cdot h^B \cdot (1 - e^{-C \cdot d^D}) \cdot d^{-2} \cdot h^{-1}$	767.4761	.93100	.000173	2.56183	.6431	.045768
25	$f = A \cdot d^B \cdot h^C \cdot e^{-D \cdot d^{-2}}$	17.03368	-.82244	-.09244	-16.4616	.7239	.041229
26	$f = A \cdot d^B \cdot h^C \cdot e^{-D \cdot d^{-3}}$	1.95031	-.31257	-.10458	-61.4407	.7389	.040271
27	$f = A \cdot d^B \cdot h^C \cdot e^{-D \cdot d^{-4}}$	1.05886	-.13374	-.11762	-369.426	.7466	.039758
28	$f = A \cdot d^B \cdot h^C \cdot e^{-D \cdot d^{-5}}$.79744	-.03892	-.12980	-2572.33	.7475	.039696
29	$f = A \cdot d^B \cdot h^C \cdot e^{-D \cdot d^{-2} \cdot h^{-1}}$.67726	.02107	-.14024	-18846.1	.7428	.040013
30	$f = A \cdot d^B \cdot h^C \cdot e^{-D \cdot d^{-1} \cdot h^{-1}}$	1.45446	-.08662	-.25999	-606.739	.7171	.041652
31	$f = A \cdot d^B \cdot h^C \cdot e^{-D \cdot h^{-1}}$	4.22000	-.16840	-.46730	-107.990	.6877	.043385
32	$f = A \cdot d^B \cdot h^C \cdot e^{-D \ln d}$	129.8500	.22320	-1.62400	-28.1962	.5775	.048788
33	$f = A \cdot d^B \cdot h^C \cdot d$.006724	2.99807	-.08340	-.49616	.7025	.042531
34	$f = A \cdot d^B \cdot h^C \cdot (d-5)^D$	3.72158	-1.79814	-.10796	1.35155	.7413	.040108
35	$f = A \cdot d^B \cdot (h / (h+1))^C \cdot (d-6)^D$	1.64792	-1.20667	-2.49449	.85375	.7459	.039805

N₀ - Redni broj modela - Ordinal numeral of regression model

R - Multipli korelacijski koeficijent - Multiple correlation coefficient

f - Oblični broj - Tree form factor

d - Prsni promjer - Breast height diameter

h - visina stabla - Height of tree

s_{e, f, h} - Standardna devijacija oko plohe izjednačenja - Standanard deviation about the surface of fitting

Tab. 7. Izjednačenje obličnog broja joha (*Alnus glutinosa*) raznim modelima s 5 i 6 parametra - Fitting the form factor of black alder (*Alnus glutinosa*) by different models having 5 i 6 parameters

N ₀	Parametri izjednačenja - Parameters of fitting						R	s _{r,d,h}
	A	B	C	D	E	F		
1.	-.46148	.11216	-.00383	-.00296	.00292	.00010	.7050	.042382
2.	.37047	2.88946	.14796	19.89238	-35.1152	-82.3809	.7461	.039795
3.	.51462	-2.26061	-1.87500	94.54656	-587.398		.7402	.040185
4.	.37696	2.74344	-34.4446	23.27779	-98.9822		.7473	.039715
5.	4.23961	3.21743	-11.3985	64.95325	-216.901	159.7456	.7467	.039750
6.	.34372	-.15973	.18712	-398.755	5.80522		.7473	.039714

N ₀	Model izjednačenja - Regression model	
	f	e
1.	$f=A+B \cdot d+C \cdot h+D \cdot d \cdot h+E \cdot d^2+F \cdot d^2 \cdot h$	
2.	$f=A+B \cdot d^{-1}+C \cdot h^{-1}+D \cdot (d \cdot h)^{-1}+E \cdot d^{-2}+F \cdot d^{-2} \cdot h^{-1}$	
3.	$f=A+B \cdot d^{-1}+C \cdot h^{-1}+D \cdot (d \cdot h)^{-1}+E \cdot d^{-2} \cdot h^{-1}$	
4.	$f=A+B \cdot d^{-1}+C \cdot d^{-2}+D \cdot (d \cdot h)^{-1}+E \cdot d^{-2} \cdot h^{-1}$	
5.	$f=A \cdot h^{-0.5}+B \cdot d^{-1} \cdot h^{-0.5}+C \cdot h^{-1}+D \cdot (d \cdot h)^{-1}+E \cdot d^{-2} h^{-0.5}+F \cdot d^{-2} \cdot h^{-1}$	
6.	$f=A \cdot d^B \cdot h^C \cdot e$	e

N₀ - Redni broj modela - Ordinal numeral of regression model

R - Multipli korelacijski koeficijent - Multiple correlation coefficient

f - Oblični broj - Tree form factor

d - Prsni promjer - Breast height diameter

h - Visina stabla - Height of tree

s_{r,d,h} - Standardna devijacija oko plohe izjednačenja - Standanard deviation about the surface of fitting

modela iz tabele 7 (R = 0.7473). To je zbog toga što se zbog jednog parametra više gubi i jedan stupanj slobode više (za model 1, 2 i 5 broj stupnjeva slobode k = 252 - 6, a za model 3, 4 i 6 je k = 252 - 5), dok je suma kvadratnog odstupanja (SKO) podjednaka ili tek neznatno manja kod modela sa 6 parametara. Iz tabele 6 vidimo da je model pod rednim brojem 28, iako ima samo 4 parametra, dao najbolji rezultat.

Analiza apsolutnog i relativnog odstupanja stvarnoga od izjednačenoga volumena po debljinskim klasama

- Analyses of the absolute and relative differences between measured and fitted volume through the diameter classes

Ova je analiza učinjena prema prethodno opisanoj metodi za neke odabrane modele. Analiza je prikazana u tabelicama 8-15, iz kojih se vidi da su dobivena odstupanja za stabla od rednog broja 61 do 80 najveća.

U tabeli 10. je rezultat izjednačenja modelom rednog broja 28 iz tablice 6. Vidi se da je i po toj analizi ovaj model dao daleko najbolji rezultat. Najveće odstupanje je bilo za stabla 61-80 (ispod 2.5%), što je vrlo solidno (sjetimo se da je kod jedne metode grafičkog izjednačenja visinske krivulje gdje imamo samo 3 grupe, za pojedinu grupu dozvoljeno je 2%). Dobivene rezultate računskog izjednačenja možemo usporediti i s nomogramskim (tablica 15). Vidi se da su ta odstupanja primjetno veća nego kod računskih metoda s dobro odabranim modelima (tablica 8-14).

Tab. 8. Izjednačeno modelom - Fitted by model: $v = A \cdot d^B \cdot h^C \cdot e^{D \cdot d^{-1}}$ uz uvjet - assuming that: $\sum(F_i - f_i)^2 = \min$

N_0	n	\bar{v}_i	\bar{V}_i	s_{v_i}	$\frac{t \cdot s_{v_i}}{\sqrt{n}}$	$\frac{d=}{\bar{V}_i - \bar{v}_i}$	$\frac{d-100}{\bar{V}_i}$
1-20	20	.028	.029	.013	.0074	.000	1.62
21-40	20	.056	.056	.009	.0053	-.000	-.39
41-60	20	.087	.083	.016	.0095	-.003	-4.18
61-80	20	.113	.112	.015	.0089	-.000	-.41
81-100	20	.141	.142	.019	.0107	.001	.75
101-120	20	.161	.164	.017	.0096	.003	1.84
121-140	20	.201	.201	.015	.0088	.001	.37
141-160	20	.248	.247	.035	.0204	-.001	-.45
161-180	20	.299	.302	.047	.0274	.004	1.16
181-200	20	.402	.407	.061	.0351	.005	1.30
201-220	20	.467	.479	.079	.0458	.011	2.39
221-240	20	.691	.677	.134	.0771	-.014	-2.05
241-252	12	.991	.962	.109	.0812	-.030	-3.09

F_i - Izjednačeni oblični broj - Fitted form factor
 f_i - Opažani oblični broj - Measured form factor
 N_0 - Redni broj stabla - Ordinal numeral of tree
 n - Frekvencija - Frequency
 \bar{V}_i - Aritm. sredina izjednačenih volumena - Arithmetic mean of fitted volume
 \bar{v}_i - Aritm. sredina opažanih volumena - Arithmetic mean of measured volume
 s_{v_i} - Stand. devijacija opažanog volumena - Stand. deviation of measured volume
 t - Varijabla - Variable ($t = 2.58$)

Tab. 9. Izjednačeno modelom - Fitted by model: $v = A \cdot d^B \cdot h^C \cdot e^{D \cdot d^{-1}}$ uz uvjet - assuming that: $\sum(F_i - f_i)^2 = \min$

N_0	n	\bar{v}_i	\bar{V}_i	s_{v_i}	$\frac{t \cdot s_{v_i}}{\sqrt{n}}$	$\frac{d=}{\bar{V}_i - \bar{v}_i}$	$\frac{d-100}{\bar{V}_i}$
1-20	20	.028	.029	.013	.0074	.000	.76
21-40	20	.056	.057	.009	.0053	.000	.81
41-60	20	.087	.084	.016	.0095	-.003	-3.21
61-80	20	.113	.113	.015	.0089	.000	.05
81-100	20	.141	.142	.019	.0107	.001	.78
101-120	20	.161	.164	.017	.0096	.003	1.63
121-140	20	.201	.200	.015	.0088	-.000	-.11
141-160	20	.248	.246	.035	.0204	-.003	-1.10
161-180	20	.299	.301	.047	.0274	.002	.54
181-200	20	.402	.405	.061	.0351	.003	.75
201-220	20	.467	.477	.079	.0458	.010	2.11
221-240	20	.691	.680	.134	.0771	-.012	-1.70
241-252	12	.991	.977	.109	.0812	-.014	-1.41

F_i - Izjednačeni oblični broj - Fitted form factor
 f_i - Opažani oblični broj - Measured form factor
 N_0 - Redni broj stabla - Ordinal numeral of tree
 n - Frekvencija - Frequency
 \bar{V}_i - Aritm. sredina izjednačenih volumena - Arithmetic mean of fitted volume
 \bar{v}_i - Aritm. sredina opažanih volumena - Arithmetic mean of measured volume
 s_{v_i} - Stand. devijacija opažanog volumena - Stand. deviation of measured volume
 t - Varijabla - Variable ($t = 2.58$)

Tab. 10. Izjednačeno modelom - Fitted by model: $v = A \cdot d^B \cdot h^C \cdot e^{D \cdot d^{-1}}$ uz uvjet - assuming that: $\sum(F_i - f_i)^2 = \min$

N_0	n	\bar{v}_1	\bar{V}_1	s_{v_1}	$\frac{t \cdot s_{v_1}}{\sqrt{n}}$	$\frac{d}{\bar{V}_1 - \bar{v}_1}$	$\frac{d \cdot 100}{\bar{V}_1}$
1-20	20	.028	.029	.013	.0074	.000	.64
21-40	20	.056	.058	.009	.0053	.001	2.07
41-60	20	.087	.084	.016	.0095	-.002	-2.49
61-80	20	.113	.113	.015	.0089	.000	.19
81-100	20	.141	.142	.019	.0107	.001	.53
101-120	20	.161	.163	.017	.0096	.002	1.19
121-140	20	.201	.199	.015	.0088	-.001	-.71
141-160	20	.248	.244	.035	.0204	-.004	-1.78
161-180	20	.299	.299	.047	.0274	.000	.01
181-200	20	.402	.404	.061	.0351	.002	.38
201-220	20	.467	.477	.079	.0458	.010	2.03
221-240	20	.691	.683	.134	.0771	-.008	-1.22
241-252	12	.991	.992	.109	.0812	.001	.10

F_i - Izjednačeni oblični broj - Fitted form factor
 f_i - Opažani oblični broj - Measured form factor
 N_0 - Redni broj stabla - Ordinal numeral of tree
 n - Frekvencija - Frequency
 \bar{V}_1 - Aritm. sredina izjednačenih volumena - Arithmetic mean of fitted volume
 \bar{v}_1 - Aritm. sredina opažanih volumena - Arithmetic mean of measured volume
 s_{v_1} - Stand. devijacija opažanog volumena - Stand. deviation of measured volume
 t - Varijabla - Variable ($t = 2.58$)

Tab. 11. Izjednačeno modelom - Fitted by model: $v = A \cdot d^B \cdot h^C \cdot (d - 5)^D$ uz uvjet - assuming that: $\sum(F_i - f_i)^2 = \min$.

N_0	n	\bar{v}_1	\bar{V}_1	s_{v_1}	$\frac{t \cdot s_{v_1}}{\sqrt{n}}$	$\frac{d}{\bar{V}_1 - \bar{v}_1}$	$\frac{d \cdot 100}{\bar{V}_1}$
1-20	20	.028	.029	.013	.0074	.000	1.72
21-40	20	.056	.056	.009	.0053	.000	.13
41-60	20	.087	.083	.016	.0095	-.003	-3.96
61-80	20	.113	.112	.015	.0089	-.000	-.40
81-100	20	.141	.142	.019	.0107	.001	.67
101-120	20	.161	.164	.017	.0096	.003	1.73
121-140	20	.201	.201	.015	.0088	.001	.26
141-160	20	.248	.247	.035	.0204	-.001	-.53
161-180	20	.299	.302	.047	.0274	.004	1.16
181-200	20	.402	.408	.061	.0351	.006	1.35
201-220	20	.467	.479	.079	.0458	.012	2.50
221-240	20	.691	.678	.134	.0771	-.013	-1.90
241-252	12	.991	.963	.109	.0812	-.029	-2.96

F_i - Izjednačeni oblični broj - Fitted form factor
 f_i - Opažani oblični broj - Measured form factor
 N_0 - Redni broj stabla - Ordinal numeral of tree
 n - Frekvencija - Frequency
 \bar{V}_1 - Aritm. sredina izjednačenih volumena - Arithmetic mean of fitted volume
 \bar{v}_1 - Aritm. sredina opažanih volumena - Arithmetic mean of measured volume
 s_{v_1} - Stand. devijacija opažanog volumena - Stand. deviation of measured volume
 t - Varijabla - Variable ($t = 2.58$)

Tab. 12. Izjednačeno modelom - Fitted by model: $v = A + B \cdot d^{-1} + C \cdot h^{-1} + D \cdot (d \cdot h)^{-1} + E \cdot d^{-2} + F \cdot d^{-2} \cdot h^{-1}$ uz uvjet - assuming that: $\sum(F_i - f_i)^2 = \min$

N_0	n	\bar{v}_1	\bar{V}_1	s_{v_1}	$\frac{t \cdot s_{v_1}}{\sqrt{n}}$	$\frac{d}{\bar{V}_1 - \bar{v}_1}$	$\frac{d-100}{\bar{V}_1}$
1-20	20	.028	.029	.013	.0074	.000	.79
21-40	20	.056	.057	.009	.0053	.001	1.74
41-60	20	.087	.084	.016	.0095	-.002	-2.91
61-80	20	.113	.113	.015	.0089	-.000	-.08
81-100	20	.141	.142	.019	.0107	.001	.47
101-120	20	.161	.163	.017	.0096	.002	1.27
121-140	20	.201	.199	.015	.0088	-.001	-.55
141-160	20	.248	.245	.035	.0204	-.004	-1.52
161-180	20	.299	.299	.047	.0274	.000	.12
181-200	20	.402	.405	.061	.0351	.003	.67
201-220	20	.467	.477	.079	.0458	.010	2.12
221-240	20	.691	.684	.134	.0771	-.007	-1.08
241-252	12	.991	.988	.109	.0812	-.003	-.32

F_i - Izjednačeni oblični broj - Fitted form factor

f_i - Opažani oblični broj - Measured form factor

N_0 - Redni broj stabla - Ordinal numeral of tree

n - Frekvencija - Frequency

\bar{V}_1 - Aritm. sredina izjednačenih volumena - Arithmetic mean of fitted volume

\bar{v}_1 - Aritm. sredina opažanih volumena - Arithmetic mean of measured volume

s_{v_1} - Stand. devijacija opažanog volumena - Stand. deviation of measured volume

t - Varijabla - Variable (t = 2.58)

Tab. 13. Izjednačeno modelom - Fitted by model: $v = A \cdot h^{-0.5} + B \cdot d^{-1} \cdot h^{-0.5} + C \cdot h^{-1} + D \cdot (d \cdot h)^{-1} + E \cdot d^{-2} \cdot h^{-0.5} + F \cdot d^{-2} \cdot h^{-1}$ uz uvjet - assuming that: $\sum(F_i - f_i)^2 = \min$.

N_0	n	\bar{v}_1	\bar{V}_1	s_{v_1}	$\frac{t \cdot s_{v_1}}{\sqrt{n}}$	$\frac{d}{\bar{V}_1 - \bar{v}_1}$	$\frac{d-100}{\bar{V}_1}$
1-20	20	.028	.029	.013	.0074	.000	.78
21-40	20	.056	.057	.009	.0053	.001	1.89
41-60	20	.087	.084	.016	.0095	-.002	-2.84
61-80	20	.113	.113	.015	.0089	-.000	-.04
81-100	20	.141	.142	.019	.0107	.001	.50
101-120	20	.161	.163	.017	.0096	.002	1.26
121-140	20	.201	.199	.015	.0088	-.001	-.58
141-160	20	.248	.244	.035	.0204	-.004	-1.66
161-180	20	.299	.299	.047	.0274	.000	.04
181-200	20	.402	.404	.061	.0351	.002	.53
201-220	20	.467	.477	.079	.0458	.010	2.06
221-240	20	.691	.684	.134	.0771	-.007	-1.03
241-252	12	.991	.991	.109	.0812	-.001	-.06

F_i - Izjednačeni oblični broj - Fitted form factor

f_i - Opažani oblični broj - Measured form factor

N_0 - Redni broj stabla - Ordinal numeral of tree

n - Frekvencija - Frequency

\bar{V}_1 - Aritm. sredina izjednačenih volumena - Arithmetic mean of fitted volume

\bar{v}_1 - Aritm. sredina opažanih volumena - Arithmetic mean of measured volume

s_{v_1} - Stand. devijacija opažanog volumena - Stand. deviation of measured volume

t - Varijabla - Variable (t = 2.58)

Tab. 14. Izjednačeno modelom - Fitted by model: $v = A + B \cdot d^{-2} + C \cdot h^{-1} + D \cdot d^{-2} \cdot h^{-1}$ uz uvjet - assuming that:
 $\sum (F_i - f_i)^2 = \min$

N_0	n	\bar{v}_1	\bar{v}_2	s_{v_1}	$\frac{t \cdot s_{v_1}}{\sqrt{n}}$	$d = \bar{v}_1 - \bar{v}_2$	$\frac{d \cdot 100}{\bar{v}_1}$
1-20	20	.028	.029	.013	.0074	.001	3.75
21-40	20	.056	.057	.009	.0053	.000	.80
41-60	20	.087	.083	.016	.0095	-.004	-4.65
61-80	20	.113	.111	.015	.0089	-.002	-2.04
81-100	20	.141	.139	.019	.0107	-.002	-1.21
101-120	20	.161	.161	.017	.0096	.000	.00
121-140	20	.201	.198	.015	.0088	-.002	-1.08
141-160	20	.248	.244	.035	.0204	-.004	-1.77
161-180	20	.299	.302	.047	.0274	.003	.93
181-200	20	.402	.406	.061	.0351	.004	1.01
201-220	20	.467	.482	.079	.0458	.015	3.15
221-240	20	.691	.690	.134	.0771	-.002	-.26
241-252	12	.991	1.010	.109	.0812	.018	1.81

F_i - Izjednačeni oblični broj - Fitted form factor
 f_i - Opažani oblični broj - Measured form factor
 N_0 - Redni broj stabla - Ordinal numeral of tree
 n - Frekvencija - Frequency
 \bar{v}_1 - Aritm. sredina izjednačenih volumena - Arithmetic mean of fitted volume
 \bar{v}_2 - Aritm. sredina opažanih volumena - Arithmetic mean of measured volume
 s_{v_1} - Stand. devijacija opažanog volumena - Stand. deviation of measured volume
 t - Varijabla - Variable ($t = 2.58$)

Tab. 15. Izjednačeno normogramskom metodom 1963. godine (Šimarsko tehnički priručnik str. 100) - Fitted by
normogram method 1963 year

N_0	n	\bar{v}_1	\bar{v}_2	s_{v_1}	$\frac{t \cdot s_{v_1}}{\sqrt{n}}$	$d = \bar{v}_1 - \bar{v}_2$	$\frac{d \cdot 100}{\bar{v}_1}$
6-20	15	.033	.036	.010	.0066	.003	7.08
21-40	20	.056	.057	.009	.0053	.000	.18
41-60	20	.087	.084	.016	.0095	-.003	-3.41
61-80	20	.113	.113	.015	.0089	.001	.62
81-100	20	.141	.143	.019	.0107	.003	1.78
101-120	20	.161	.166	.017	.0096	.005	3.28
121-140	20	.201	.203	.015	.0088	.002	1.18
141-160	20	.248	.250	.035	.0204	.002	.64
161-180	20	.299	.304	.047	.0274	.005	1.76
181-200	20	.402	.410	.061	.0351	.008	2.02
201-220	20	.467	.482	.079	.0458	.015	3.15
221-240	20	.691	.686	.134	.0771	-.006	-.81
241-252	12	.991	.984	.109	.0812	-.007	-.72

N_0 - Redni broj stabla - Ordinal numeral of tree
 n - Frekvencija - Frequency
 \bar{v}_1 - Aritm. sredina izjednačenih volumena - Arithmetic mean of fitted volume
 \bar{v}_2 - Aritm. sredina opažanih volumena - Arithmetic mean of measured volume
 s_{v_1} - Stand. devijacija opažanog volumena - Stand. deviation of measured volume
 t - Varijabla - Variable ($t = 2.58$)

Prikaz izjednačenja pet karakterističnih modela po visinskim klasama – Review of the fitting five distinctive models through height classes

Radi bolje iskoristivosti podataka i visinske klase su nejednolike veličine. Izabrani su modeli:

1. Schumacher Hallov izjednačen izravno volumenima,
2. Isti model izjednačen logaritamskom metodom,
3. Meyerova formula primjenjena za izjednačenje obličnih brojeva (model 2 iz tablice 7),

4. Model 28 iz tablice 6,

5. $f = A \cdot d^B \cdot h^C \cdot (d - 5)^D$ (modelom 34 iz tablice 6)

Modeli pod 1 i 2 su ovdje prikazani za oblične brojeve, iako su ustvari izjednačeni volumeni. To je učinjeno na sljedeći način:

Iz tablice 2, logaritamsko izjednačenje je dalo:

$$V = .0000234 \cdot d^{2.2957} \cdot h^{.8523} \quad (64)$$

$$f = \frac{V \cdot 40\,000}{d^2 h \pi} = \frac{0,0000234 \cdot d^{2.2957} \cdot h^{.8523} \cdot 40\,000}{d^2 h \cdot 3.14}$$

$$d = 0.2979 \cdot d^{0.2957} \cdot h^{-0.3523} \quad (65)$$

Analogno je oblični broj za model pod 1

$$f = .54367 \cdot d^{-0.0521} \cdot h^{-.0011} \quad (66)$$

To je prikazano na slikama od 8 do 16. Svaka slika redom pokazuje podatke za visinsku klasu prema tablici 16.

Tab. 16. Visinske klase – Height classes

No	hd	hs	hg	n
1	11.5	13.3	14.5	19
2	14.6	15.2	15.7	21
3	15.7	16.7	17.4	42
4	17.4	17.9	18.4	42
5	18.4	19.0	19.7	42
6	19.8	20.5	21.5	21
7	21.5	22.8	23.9	21
8	23.9	24.8	25.6	21
9	25.8	27.5	28.8	19

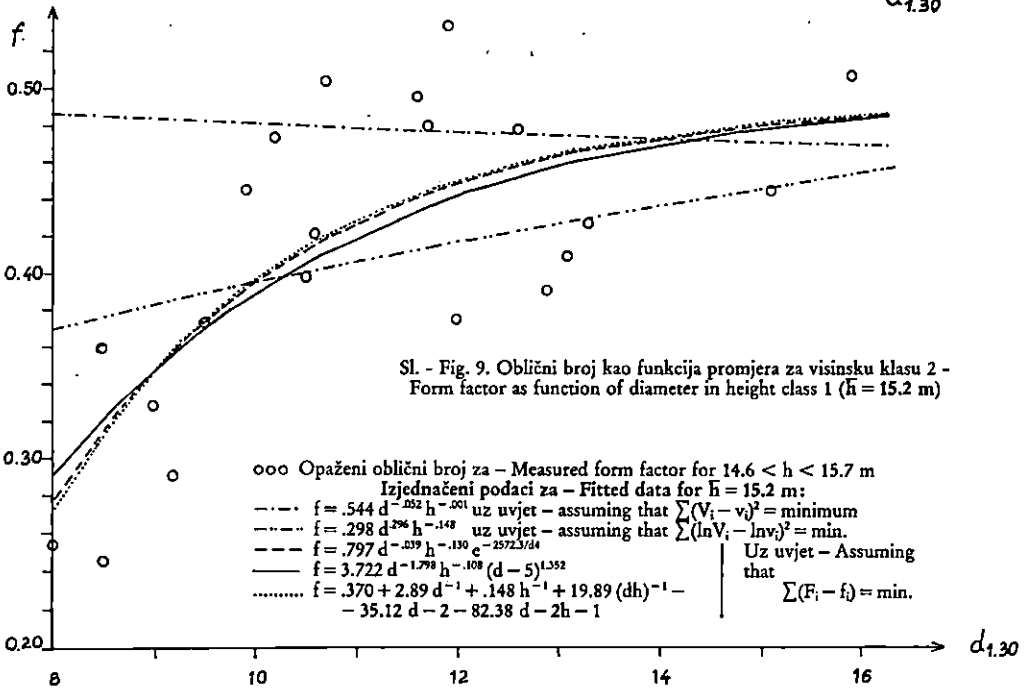
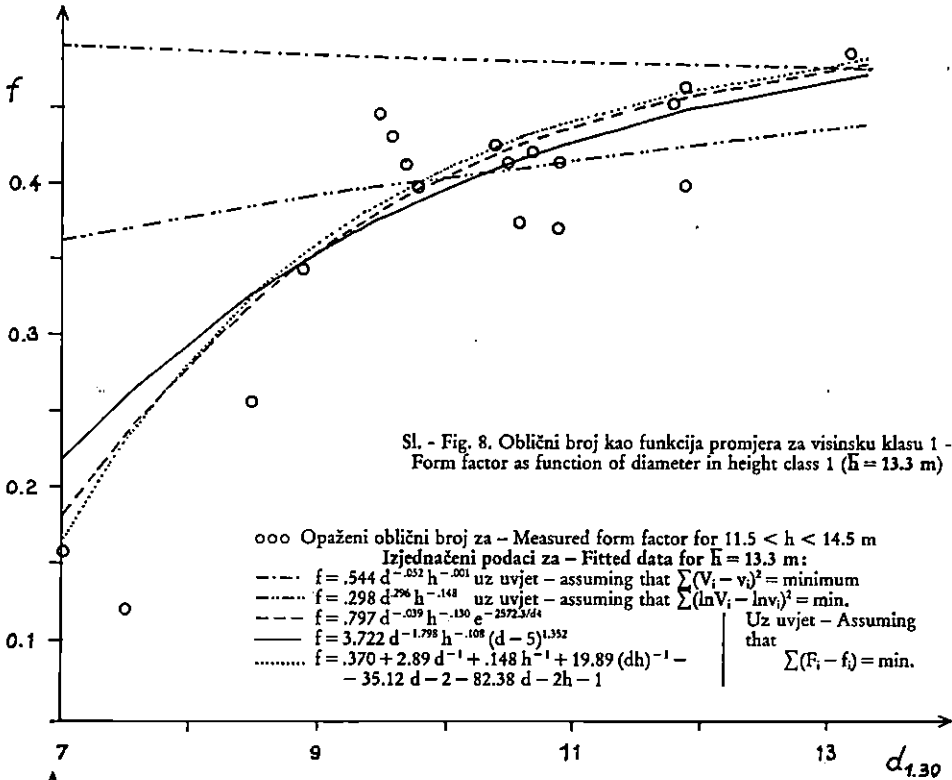
N_0 – Redni broj klase – Ordinal numeral of class

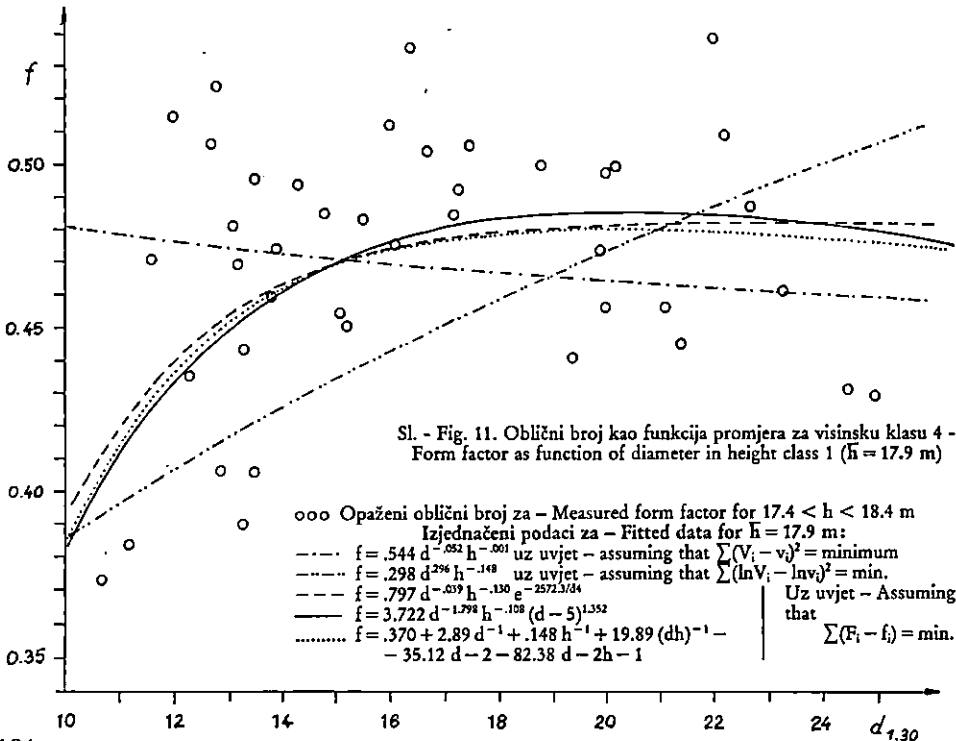
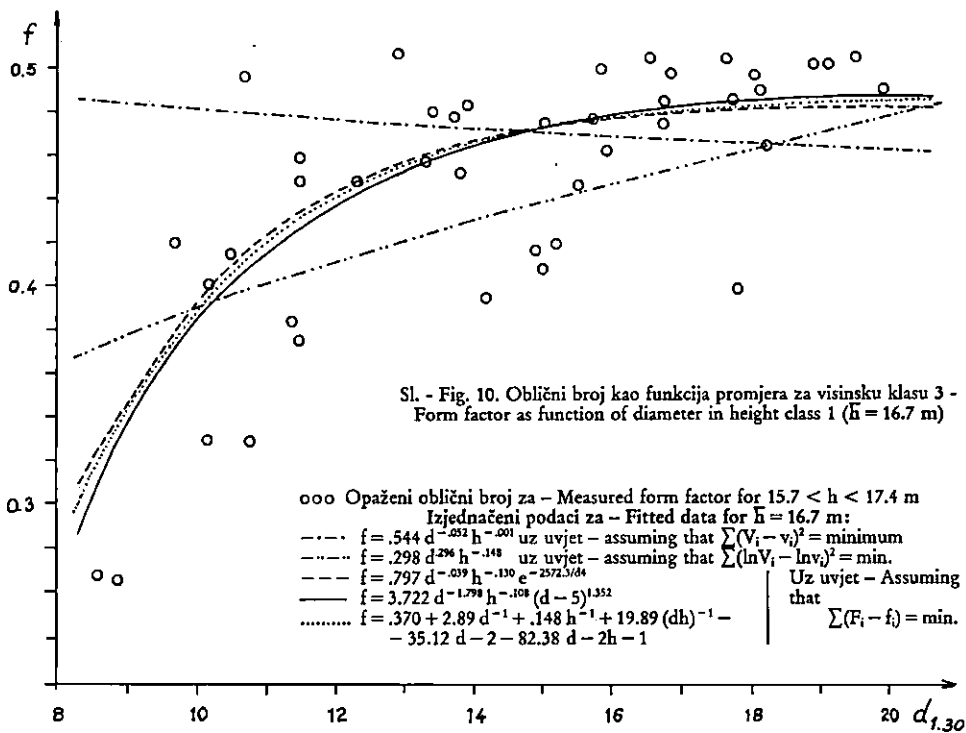
h_d – Donja granica dotične visinske klase – Lower height class limit

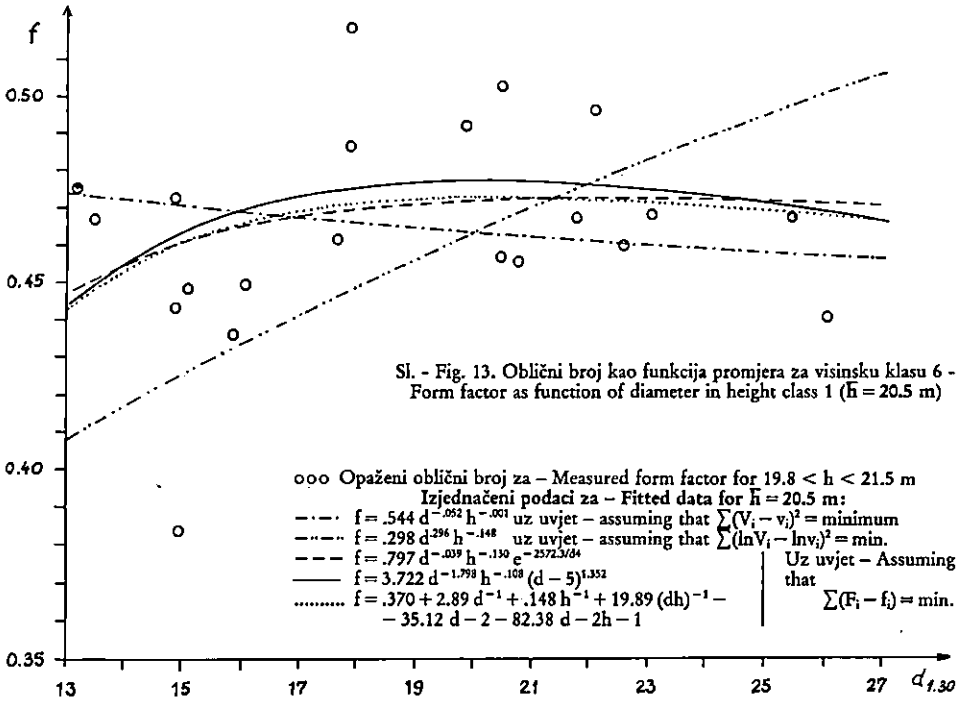
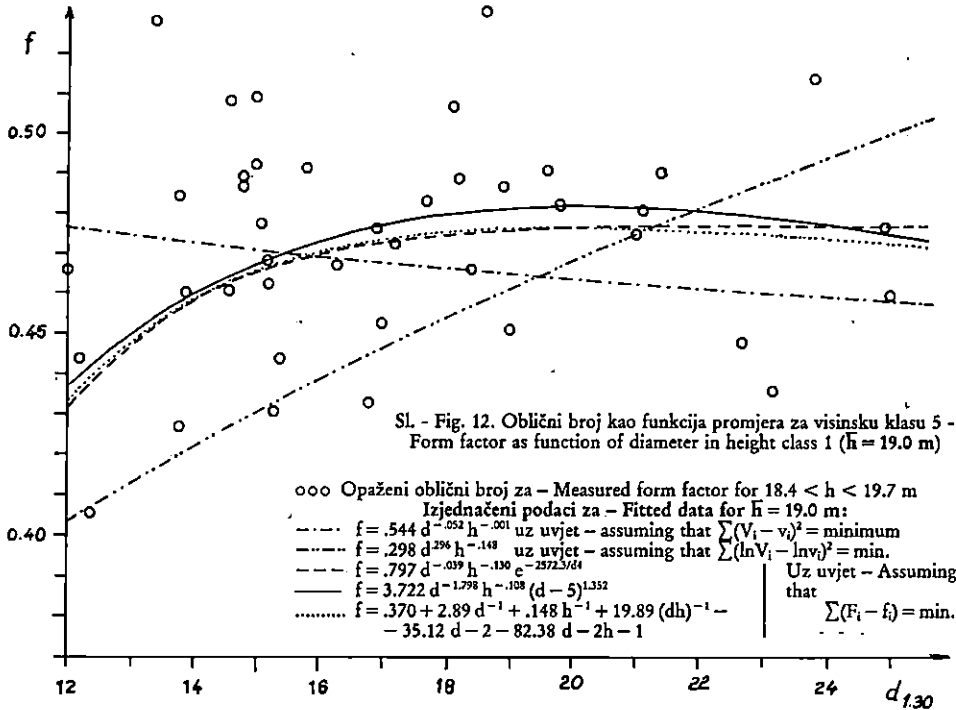
h_0 – Gornja granica visinske klase – Upper height class limit

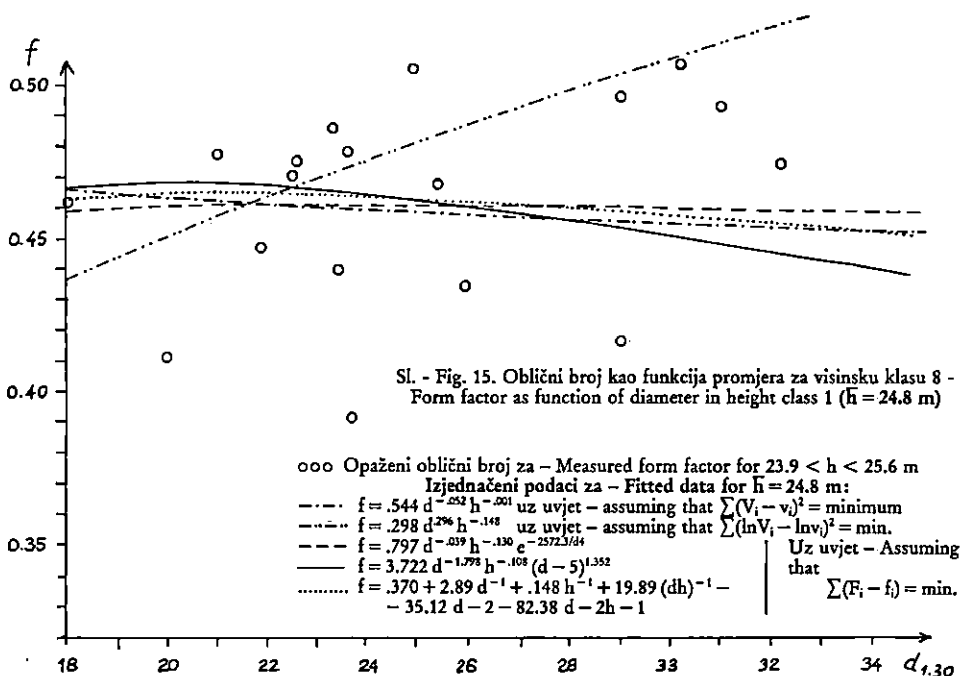
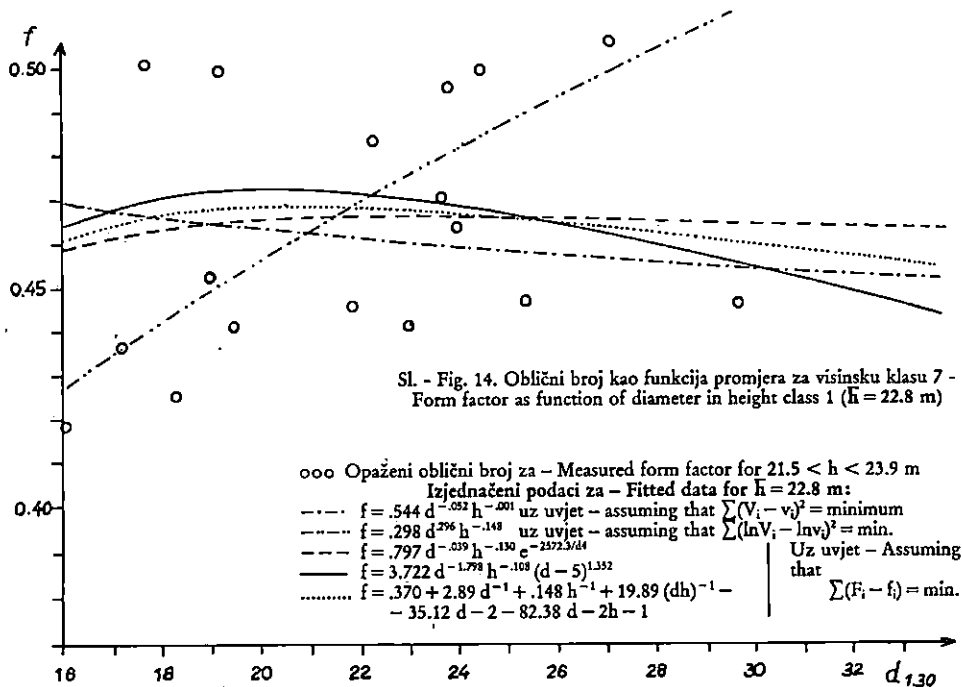
h_s – Aritmeuška sredina visina iste klase – Arithmetic mean of heights of the same class

n – Broj opažanja u klasi – Numer of sample trees in a class

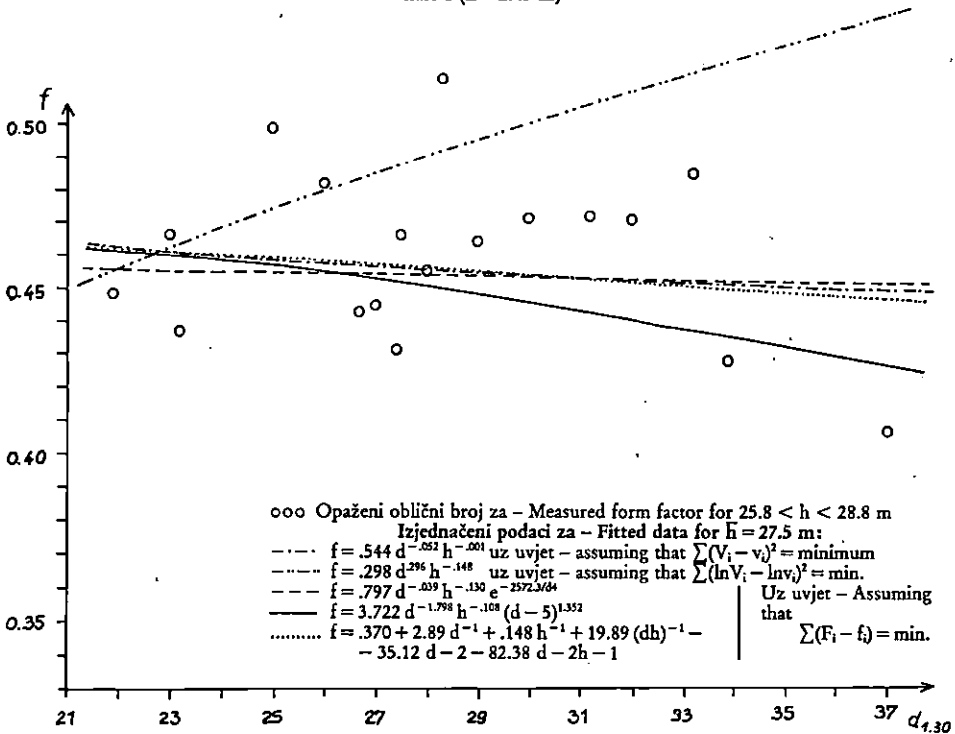








Sl. - Fig. 16. Oblični broj kao funkcija promjera za visinsku klasu 9 - Form factor as function of diameter in height class 1 ($\bar{h} = 27.5$ m)



Rezultat ispitivanja ekstrapolacije
- Rusult of testing the extrapolation

Rezultat ispitivanja prikazan je u tablici 17. Ispitivanje je provedeno na uzorku od 31. stabla. Vidimo da je za taj uzorak najbolji rezultat dao model 27 iz tablice 6, jer je ukupni sekcioniranjem procijenjen volumen 60.121 m^3 , dok obračunat po tom modelu iznosi 61.248 , što je svega 1.9% više.

DISKUSIJA - DISCUSSION

Rezultat ovog rada potvrđuje poznatu prednost *Schumacher-Hallova* modela, ali je učinjen korak dalje u otklanjanju njegova nedostatka pri izjednačavanju tankih stabala. Kad je riječ o izjednačenju krupnog drveta (debljeg od 7 cm), što je učinjeno ovdje, taj model nije u stanju dobro izjednačiti volumene, odnosno oblične

Tab. 17. Rezultat ispitivanja ekstrapolacije - Result of testing the extrapolation

d	h	v	f	Izjednačeni volumen - Fitted volume by different models							
				V ₁	V ₂	V ₃	V ₄	V ₅	V ₆	V ₇	V ₈
* * * NPŠO - Forest district: Lipovljani											
44.0	30.2	2.128	.465	2.036	2.529	2.024	1.850	1.999	2.077	1.949	1.857
44.9	33.1	1.812	.346	2.325	2.870	2.284	2.081	2.271	2.333	2.199	2.091
46.2	29.3	2.318	.472	2.177	2.761	2.173	1.961	2.134	2.241	2.084	1.971
46.3	31.1	2.115	.405	2.314	2.913	2.293	2.071	2.263	2.355	2.200	2.082
46.4	35.3	2.486	.418	2.640	3.264	2.573	2.330	2.570	2.623	2.472	2.343
47.1	30.7	2.004	.376	2.364	2.999	2.347	2.110	2.312	2.415	2.248	2.122
47.3	30.6	2.163	.404	2.374	3.017	2.357	2.118	2.321	2.428	2.257	2.130
47.6	29.1	2.193	.424	2.290	2.940	2.289	2.051	2.243	2.368	2.190	2.063
48.3	34.2	2.004	.321	2.766	3.484	2.709	2.426	2.691	2.772	2.592	2.443
48.6	27.6	2.256	.441	2.266	2.952	2.281	2.030	2.222	2.372	2.176	2.043
48.9	33.1	2.408	.388	2.745	3.491	2.700	2.409	2.673	2.771	2.581	2.426
49.3	28.8	2.418	.441	2.426	3.156	2.429	2.157	2.374	2.519	2.316	2.172
49.4	35.3	2.664	.394	2.990	3.780	2.917	2.600	2.904	2.985	2.788	2.620
51.3	30.8	1.973	.311	2.803	3.661	2.785	2.450	2.731	2.879	2.648	2.471
56.3	30.8	3.166	.413	3.366	4.543	3.349	2.873	3.268	3.479	3.158	2.907
* * * šumarija - Forest district: Suhopolje											
39.5	27.8	1.548	.454	1.524	1.845	1.528	1.428	1.508	1.568	1.483	1.430
39.6	26.8	1.344	.407	1.476	1.799	1.487	1.388	1.463	1.532	1.443	1.390
41.0	27.7	1.726	.472	1.633	2.004	1.638	1.519	1.613	1.687	1.586	1.522
46.8	27.3	1.981	.422	2.082	2.682	2.098	1.884	2.047	2.179	2.008	1.894
* * * šumarija - Forest district: Čeralje											
34.1	28.7	1.072	.409	1.181	1.353	1.176	1.133	1.174	1.193	1.156	1.133
38.3	23.4	1.228	.456	1.208	1.484	1.237	1.160	1.208	1.290	1.202	1.160
40.9	22.2	1.313	.450	1.303	1.650	1.345	1.241	1.302	1.418	1.299	1.243
43.2	24.8	1.480	.407	1.619	2.056	1.649	1.507	1.604	1.721	1.587	1.511
44.3	25.6	1.634	.414	1.755	2.238	1.781	1.619	1.734	1.856	1.711	1.625
46.0	23.2	1.921	.498	1.711	2.244	1.760	1.582	1.697	1.859	1.684	1.589
46.4	29.7	2.121	.422	2.227	2.825	2.220	2.002	2.182	2.288	2.128	2.012
48.2	25.3	2.060	.446	2.044	2.689	2.080	1.852	2.013	2.181	1.984	1.863
* * * šumarija - Forest district: Donji Miholjac											
38.6	26.5	1.372	.442	1.389	1.680	1.400	1.314	1.379	1.442	1.361	1.315
40.4	26.1	1.476	.441	1.495	1.842	1.511	1.404	1.482	1.563	1.464	1.406
41.5	25.6	1.759	.508	1.545	1.927	1.567	1.446	1.532	1.626	1.514	1.449
45.5	25.3	1.978	.481	1.827	2.356	1.858	1.678	1.804	1.941	1.781	1.684
Suga- Sumi: 60.121				63.898	81.034	63.845	57.674	62.720	65.960	61.248	57.966
Pogreška - Error (Σ)				6.3	34.8	6.2	-4.1	4.3	9.7	1.9	-3.6
Σ(v ₁ -v ₁) ²				2.741	19.577	2.553	1.819	2.287	3.371	1.892	1.788

d - Prsni promjer stabla - Breast height diameter

h - Visina stabla - Height of a tree

v - Volumen stabla utvrđen sekcioniranjem - Stem volume derived by sectional method

f - oblični broj istog stabla - Form factor of the same tree

V₁ - Izjednačeno Schumach.-Hallowim modelom - Fitted by Schumacher-Hall's model assuming that Σ(F_i - f_i)² = minimum

V₂ - Izjednačeno Schumach.-Hallowim modelom - Fitted by Schumacher-Hall's model assuming that Σ(ln V_i - ln v_i)² = minimum

V₃ - Izjed. modelom - Fitted by model V = A · d^b · h^c · e^{D·d⁻¹} uz uvjet - assuming that Σ(F_i - f_i)² = minimum

V₄ - Izjed. modelom - Fitted by model V = A · d^b · h^c · (d - s)^p uz uvjet - assuming that Σ(F_i - f_i)² = minimum

V₅ - Izjed. Meyerovom formulom uz uvjet - Fitted by Meyer's equation assuming that Σ(F_i - f_i)² = minimum

V₆ - Izjed. australskom formulom uz uvjet - Fitted by Australian equation assuming that Σ(F_i - f_i)² = minimum

V₇ - Izjed. modelom - Fitted by model V = A · d^b · h^c · e^{D·d⁻¹} uz uvjet - assuming that Σ(F_i - f_i)² = minimum

V₈ - Izjed. modelom - Fitted by model V = A · d^b · h^c · e^{D·d⁻¹} uz uvjet - assuming that Σ(F_i - f_i)² = minimum

brojeve. To se dobro vidi iz tablice 2, 3 i 4. gdje se analizom odstupanja po debljinskim stupnjevima pokazalo da su ta odstupanja značajna te da imaju sistematski karakter. Isto potvrđuje i činjenica da je ovaj model pri izjednačenju obličnih brojeva dao vrlo mali R (R = 0.4698).

Iz slika 8-16 vidi se da isti model kruto izjednačava oblične brojeve, bez obzira na to da li je korišteno logaritamsko izjednačenje ili neposredno izjednačenje volumena. To izlazi iz činjenice da je $Schumacher-Hall$ ov model zakrivljena ploha, a ta zakrivljenost ovisi o parametrima B i C. Ako su oni na primjer negativni, ploha će biti zakrivljena s konstantno negativnim nagibom. Te su slike zapravo konturne linije ove plohe za $h = \text{const.}$ ($= h_s$ iz tablice 16):

Parametar B logaritamskog izjednačenja je pozitivan (izraz 65) i iznosi $B = 0.2957$, dok je za izjednačenje nelogaritmiranih volumena negativan (izraz 66). Zbog toga se na svim slikama od 8 do 16 vidi da logaritamsko izjednačenje ima stalno uzlazne krivulje, dok nelogaritmirano izjednačenje, daje krivulje nagnute prema dolje. Na istim su slikama prikazana još tri modela koja imaju dobro izjednačenje. Vidimo da kod niskih stabala krivulje imaju pozitivan nagib. Idući prema višim stablima, nagib se postupno mijenja te je već kod 7. visinske klase (slika 14) postao negativan, što sam $Schumacher-Hall$ ov model zbog svoje krutosti ne može postići. Dobro odabrani modeli s 4 parametra (modeli 27, 28, 34 i dr. iz tablice 6) pri izjednačavanju obličnih brojeva daju signifikantno manju standardnu devijaciju oko plohe izjednačenja obličnih brojeva (za model 28 iz tablice 6 u odnosu na $Schumacher-Hall$ ov je $F_{izr} = 1.7662 > F_{tab} = 1.28$ uz razinu signifikantnosti testa od 1%), što također kao i slika potvrđuje opravdanost uvođenja 4. parametra.

Slike 8-16 isto potvrđuju rezultat iz tabela 3. i 4, gdje se vidi da je logaritamsko izjednačenje potpuno neprihvatljivo, jer nelogaritamsko izjednačenje ima maksimalnu postotnu pogrešku odstupanja kod tankih stabala. Kod debelih i visokih stabala izjednačenje je dobro (slike 13, 14, 15. i 16). Logaritamsko izjednačenje ima loše rezultate za upravo debela stabla. Kod debelih stabala velika postotna pogreška znači i veliku apsolutnu pogrešku. Da je to tako, potvrđuje i rezultat tablice 17, gdje se vidi kakva je ekstrapolacija nekih modela. Stabla iz tablice 17. imaju p.p. veći od stabala koja su upotrijebljena za izjednačenje. U predzadnjem redu iste tablice vidi se kolika je sumarna postotna pogreška ekstrapolacije raznih modela. Vidimo da je vrijednost ekstrapolacije logaritamskog izjednačenja vrlo loša. $Schumacher-Hall$ ov model nelogaritamski izjednačen dao je ekstrapolaciju koja je u razumnim granicama, Model 28 iz tab. 6 najplastičnije je izjednačio dotične podatke te je vjerojatno upravo zbog toga dao i nešto lošiju ekstrapolaciju.

S obzirom na prethodno postavljene zahtjeve ovdje se pokazao kao najboljim model 27 i donekle model 34 iz tablice 6.

$$\text{Model 34, } f = A \cdot d^B \cdot h^c \cdot (d - 5)^D \text{ odnosno} \\ V = A \cdot d^B \cdot h^c \cdot (d - 5)^D,$$

krasi i jednostavnost. Vrijednost u zagradi $d - 5$ je stavljena proizvoljno. Moglo bi se staviti općenito $d - k$. 'k' u ovom slučaju ne bi bio parametar, nego vrijednost koja se zadaje unaprijed, ali ne proizvoljno nego teoretski na slijedeći način. Naprimjer kod krupnog drveta ($d > 7\text{cm}$) očito je da će uz neki promjer koji je veći od $d = 0$ i manji od $d = 7\text{cm}$, volumen biti $V = 0$. To vrijedi i za slučaj kad je uključeno i sitno drvo s granicom od 3 cm. zbog toga bi se na uzorku tankih stabala trebao pronaći prosječni prsni promjer kod kojega je odgovarajući volumen jednak nuli, zatim tu vrijednost staviti za 'k' te izjednačiti oblične brojeve.

Prednost $Schumacher-Hall$ ov a modela nikako ne može biti narušena ni u slučaju modela pod br. 26-29, ni u slučaju modela 34 (iz tablice 6) uvođenjem 4. parametra, jer u slučaju da je taj parametar bespotreban biti će jednak nuli ili blizu

nule, što daje vrijednost cijelog dodatka 1, a to ništa ne mijenja sam Schumacher-Hallov model kao takav.

Kod modela 26-29 taj je utjecaj dodatnog člana važan samo kod malih promjera, jer ako promjer d raste, vrijednost eksponenta k ($k = Dd^n$, $n = 1, 2, 3 \dots$) prirodnog broja e približava se nuli pa se cijeli dodatak e^k približava jedinici, odnosno, cijeli model prelazi u Schumacher-Hallov.

Takav model omogućava i univerzalnost, potrebnu programeru u primjeni modela u elektronskoj obradi podataka (EOP). Može se primijeniti jedan algoritam za sve vrste koje su izjednačene i Schumacher-Hallovim modelom i ovim modelom. Za to je potrebno imati datoteku u kojoj je svaki slog namjenjen za jednu vrstu. Kolone datoteke bit će parametri, A, B, C, D i n (u tom slučaju $n = 3$). Za vrste kod kojih je izjednačenje provedeno uspješno samo sa Schumacher-Hallovim modelom za vrijednost parametra D i n se jednostavno stavi $D = 0$ i $n = 0$ te neće biti potrebno unositi različite algoritme u sam program za svaku vrstu posebno. Takav način omogućava i jednostavnije uvođenje novih vrsta u datoteku parametara bez potrebe promjene modula programa gdje se nalaze spomenuti algoritmi. Također se može, na isti način, primijeniti i Spurrova formula (izraz 16), gdje se u polje 'D' spomenute datoteke upiše $D \cdot 2$, a u polje 'C' $D \cdot 1$.

I na kraju, s obzirom na sve iznesene činjenice, modeli 27 i 34 imaju najveće šanse da budu izabrani za izjednačenje dvoulaznih drvnogromadnih tablica johe. Međutim, možda je dobro učiniti još nešto. Prije konačnog izjednačenja, umjesto s mnogo modela s manje parametara, učinimo jedno preliminarno izjednačenje, a za to je najbolje uzeti samo jedan, ali zaista plastičan model, bez obzira na broj parametara, npr. Meyerov model. U nekoliko djelića sekunde uz odgovarajući hardwear i software dobiju se parametri, suma kvadratnih odstupanja (SKO) i R , zatim se automatski nađu ona stabla čiji stvarni oblični broj jače odstupa, npr. više od 30%. Po uobičajenoj statističkoj konvenciji sigurno 1% takovih stabala smijemo izbaciti iz uzorka. U ovom su radu dva takva stabla:

N_0	d	h	f	F	$100 \cdot (f - F)/F$
3.	7.3	13.8	.024	.012	104.44 %
4.	7.5	13.3	.007	.014	48.60 %

d - Prsni promjer stabla - Breast height diameter

h - Visina - Height

F - Izjednačeni oblični broj - Fitted form factor

f - Opažani oblični broj - Measured form factor

N_0 - Redni broj stabla - Ordinal numeral of tree

Ta dva stabla u odnosu na preostalih 250 čine 0.8%, dakle smijemo ih odbaciti. Kod metode najmanjih kvadrata ekstremi koji mogu biti i posljedica grube pogreške, imaju jak utjecaj na regresiju. Njihovim smo odbacivanjem na primjer za model 34, koji u tablici 6 ima $R = 0.74$, dobili $R = 0.78$, što već ukazuje na prilično dobru multiplu korelaciju.

Tu bismo tehniku mogli primijeniti i općenito u regresijskoj analizi, te nam plastični model s puno parametara može poslužiti kao dobra orijentacija za empirijsko otkrivanje karakterističnog modela. Za regresijske analize s jednom nezavisnom

varijablom to i nije važno jer uvijek možemo nacrtati sliku te iz nje zaključiti o karakteru veze. Na primjer za neku visinsku krivulju parabola 2. reda će biti plastičnija, ali parabola nije karakterističan model. Visinska krivulja mora imati asimptotu, infleksiju; za vrijednost $d=0$ visina mora imati vrijednost $h=1.3$ (Levaković 1935). Parabola će dati vrlo lošu ekstrapolaciju (Pranjić 1970, Kozak & Yang 1978), čak i teoretski nemoguću za jednu normalnu šumu (npr. da prosječno deblje stablo ima prosječno manju visinu). Ista parabola može poslužiti za kontrolu izjednačenja nekoga drugog karakterističnog modela, npr. Mihajlove funkcije.

Logaritamsko izjednačenje modela

– Logarithmic fitting by model:

$$v = A \cdot d^B \cdot h^C \cdot e^{D \cdot d^{-4}}$$

Oblični brojevi imaju homogenu varijabilnost. Zbog toga bi bilo potpuno neprikladno logaritamsko izjednačenje obličnih brojeva. Logaritamsko izjednačenje volumena Schumacher-Hallovim modelom također se pokazalo potpuno neprikladno. Ako se zna da logaritmi volumena imaju jednaku težinu, tj. varijabilnost je homogena (Emrović 1960, Matić 1986), postavlja se logično pitanje, što se događa s logaritamskim izjednačenjem volumena primjenom takva plastičnog modela (model 28 iz tablice 6).

Kad se primijeni za volumene i logaritmiraju, daje ovaj izraz:

$$\ln v = \ln A + B \ln d + C \ln h + D d^{-4} \quad (67)$$

Nakon izjednačenja dao je ove parametre:

$$\begin{array}{ll} A = 0.0000660515 & B = 1.971381 \\ C = .8418455 & D = -2704.179, \end{array}$$

Što je preračunato za oblične brojeve daje:

$$\begin{array}{ll} A = 0.8409873 & B = -0.028619 \\ B = -0.1581545 & D = -2704.179. \end{array}$$

Ti se parametri razlikuju od odgovarajućih iz tablice 5. dobivenih izjednačenjem obličnih brojeva metodom nadopunjka. U tablici 18. je napravljena analiza odstupanja kao i u tablici 10.

Iz tablice 18, vidimo da je odstupanje u granicama normale, ali sistematski niže nego što je bilo u tablici 10. (gdje je prikazan obračun volumena iz izjednačenja obličnih brojeva). Suma postotnog odstupanja (suma 5. kolone tab. 18) iznosi -5.59%, dok suma iste kolone iz tablice 10 iznosi svega 0.93%. To očito potvrđuje poznatu činjenicu da logaritamsko izjednačenje ima negativnu sistematsku pogrešku. Meyerova bi korektura to vjerojatno popravila, ali to bespotrebno komplicira postupak jer se uvodi dodatni pseudoparametar 'k' (koji je funkcija stand. devijacije oko plohe izjednačenja $S_{(\ln v, \ln d, \ln h)}$). Zbog toga metoda nadopunjka i izjednačenje obličnih brojeva ima prednost.

Tab. 18. Izjednačeno modelom - Fitted by model: $v = A \cdot d^B \cdot h^C \cdot e^{D \cdot d^{-4}}$ uz uvjet - assuming that: $\sum (\ln V_i - \ln v_i)^2 = \min$.

N_0	n	\bar{v}_1	\bar{V}_1	s_{v_1}	$\frac{t \cdot s_{v_1}}{\sqrt{n}}$	$d = \bar{V}_1 - \bar{v}_1$	$\frac{d \cdot 100}{\bar{V}_1}$
1-20	20	.028	.028	.013	.0074	-.000	-1.49
21-40	20	.056	.057	.009	.0053	.001	1.10
41-60	20	.087	.084	.016	.0095	-.003	-3.15
61-80	20	.113	.112	.015	.0089	-.000	-.32
81-100	20	.141	.141	.019	.0107	.000	.16
101-120	20	.161	.162	.017	.0096	.002	.93
121-140	20	.201	.199	.015	.0088	-.002	-.86
141-160	20	.248	.244	.035	.0204	-.005	-1.94
161-180	20	.299	.299	.047	.0274	-.000	-.05
181-200	20	.402	.403	.061	.0351	.000	.12
201-220	20	.467	.476	.079	.0458	.009	1.82
221-240	20	.691	.680	.134	.0771	-.011	-1.63
241-252	12	.991	.989	.109	.0812	-.003	-.27
SUMA =						SUM:	-5.59

N_0 - Redni broj stabla - Ordinal numeral of tree

n - Frekvencija - Frequency

\bar{V}_1 - Aritm. sredina izjednačenih volumena - Arithmetic mean of fitted volume

\bar{v}_1 - Aritm. sredina opaženih volumena - Arithmetic mean of measured volume

s_{v_1} - Stand. devijacija opažanog volumena - Stand. deviation of measured volume

t - Varijabla - Variable (t = 2.58)

ZAKLJUČAK - CONCLUSION

Ovim su radom potvrđene već poznate spoznaje o neprikladnosti Schumacher-Hallova modela za izjednačenje drvnogromadnih dvoulaznih tablica kad je riječ o krupnom drvetu (drvena masa promjera iznad 7 cm). Neprikladnost se odnosi u prvom redu na tanka stabla.

Mayerova formula, usprkos očekivanju, dala je relativno dobru ekstrapolaciju. To dokazuje da je ona bez obzira na 6 parametara krut model.

Multipli korelacijski koeficijent R ispravno karakterizira vezu tek u slučaju izjednačenja obličnih brojeva. Kod izjednačenja volumena čak i u slučaju logaritamskog izjednačenja (varijabilnost je homogena!?) taj je koeficijent nerealno visok te bi se na osnovi njega mogao donijeti krivi zaključak o prikladnosti izjednačenja volumena, poglavito logaritamskoga.

Rezultati ovoga rada su pokazali da je dovoljno dobro izjednačenje obličnih brojeva provedeno modelima s 4 paramera.

Na osnovi svega prethodnog iznesenoga, možemo donijeti ove zaključke:

1. Rezultati ovog rada su pokazali da ako želimo računski izjednačiti dvoulazne drvnogromadne tablice i dobiti regresijski model koji važi za sva stabla, trebali bismo to učiniti s modelom koji ima minimalno 4 parametra.

2. Izjednačenje obličnih brojeva metodom nadopunjka bolje je od logaritamskog izjednačenja volumena (u slučaju kad je to moguće provesti) koje daje sistematsku negativnu pogrešku.

3. Svako izjednačenje treba provesti istovremeno s više modela, što možemo učiniti zahvaljujući elektronskom računalu. Pritom modeli tipa polinoma (do 9 parametara) mogu poslužiti samo kao kontrola te s preliminarnim izjednačenjem za otkrivanje jedinica uzorka s ekstremno visokim odstupanjem (općenito, apsolutno odstupanje veće od tri standardne devijacije oko plohe izjednačenja) 1% takvih podataka smijemo izbaciti iz uzorka.

4. Najjednostavnije ispitivanje prikladnosti modela možemo provesti analizom odstupanja stvarnog volumena od izjednačenoga po debljinskim odnosno visinskim klasama. Pritom umjesto konstantne širene klase koristimo se klasama koje su formirane na temelju konstantnog broja stabala (do $n = 30$, ovisno u veličini uzorka). Izjednačenje smatramo neprikladnim ako postoji signifikantna pravilnost izmjene pozitivnih i negativnih odstupanja. U apsolutnom smislu veličina tih odstupanja ovisi o broju stabala i veličini debljinske klase te o varijabilnosti. U ovom je radu proizvoljno uzeta granaica od 2.5% za $n = 20$. Kod tanjih stabala granica smije biti veća jer se u tom slučaju radi o stablima malog volumena.

5. Za izbor regresijskog modela ovim se radom predlažu 2 tipa.

$$a) f = A d^B H^C (d - k)^D$$

A, B, C i D parametri regresije

f – oblični broj

d – prsni promjer stabla

h – visina stabla

k – vrijednost prsnog promjera kod kojega je u prosjeku volumen = 0 (ovisi o granici krupnog drveta, u ovom radu je $k = 5$)

$$b) f = A d^B h^C e^{Dd^{-n}}$$

A, B, C i D – parametri regresije

f – oblični broj

d – prsni promjer stabla

h – visina stabla

n – 1, 2, 3, ... 5; unaprijed stavljen cijeli broj koji na neki način također ovisi o granici krupnog drveta, ali se uzme onaj koji daje najveći R

Model pod a) je naizgled jednostavniji. Teoretski je ispravniji samo u slučaju izjednačenja volumena krupnog drveta jer vodi računa da je volumen stabla jednak nuli i kod nekoga prsnog promjera koji je veći od 0, a manji od 7 odnosno 3 cm (ovisno o željenoj granici). Model pod b) je plastičniji i univerzalniji te bi vjerojatno našao primjenu i kod drugih sličnih problema (npr. biomase). Taj je model također dobar i za izjednačenje obličnih brojeva totalnog volumena, gdje je nelinearnost izjednačenih obličnih brojeva na logaritamskom papiru posljedica mjerenja promjera na visini $h = 1.3$ m (Prodan 1965, 187; Evert 1969), a u tom će slučaju parametar D biti pozitivan.

Model pod b) je i za izjednačavanje jednostavniji, jer se može računalom brzo izjednačiti za sve vrijednosti n od 1 do 5, te napraviti izbor na temelju najvećeg R-a. Vidimo da je kod oba modela prvi dio (parametri A, B i C) $S c h u m a c h e r - H a l - l o v$ model.

6. Nedostatak metode nadopunjka je u tome što teorija još nije riješila računanje standardnih devijacija parametara. Logaritamsko izjednačenje volumena, dobrog modela s 4 parametara, nije tako loše (tab. 18). Budući da mi znamo izračunati dotične stand. devijacije za logaritamsko izjednačenje, mogli bismo procijeniti stand. devijacije metode nadopunjka, na taj način da napravimo logaritamsko izjednačenje. Ali da li je to zaista moguće, trebalo bi utvrditi daljim istraživanjem.

LITERATURA - REFERENCES

- Asteris, C. J., and K. G. Matis, 1979: Derivation of Three single-entry volume tables from a double entry one for fir of the University Forest at Pertouli, Thessaloniki, Greece. University Forests Administration, 24. pp. (in Greek).
- Bitterlich, W., 1984: The Relascope. Idea; Relative Measurements in Forestry. Commonwealth Agricultural Bureaux, pp 242.
- Canadell, J., M. Riba & P. Andrés, 1988: Biomass Equations for *Quercus ilex* L. in the Montseny Massif, Northeastern Spain. Forestry, 61, 2, 139-147.
- Castellani, C., G. Scrinzi, G. Tabacchi & V. Tosi, 1984: Inventario Forestale Nazionale Italiano, Ministero dell'Agricoltura e delle Foreste, Trento, pp 111.
- Cheema, A. M., & R. W. Hussain, 1986: Volume Tables for Horse Chest Nut (*Aesculus indica*) of N. W. F. P. The Pakistan Journal of Forestry, 37 (1):37-58.
- Cheema, A. M., M. A. H. Fatime & R. W. Hussain, 1987: Volume Tables for Horse Chest-Nut (*Aesculus indica*) of Azad Kashmir. The Pakistan Journal of Forestry, 37 (2):63-80.
- Emrović, B., 1953: O izjednačenju pomoću funkcija, koje se logaritmiranjem daju svesti na linearni oblik. S naročitim obzirom na upotrebu kod izrade drvnogromadnih tablica. Annales pro experimentis foresticis XI:73-110.
- Emrović, B., 1954: o najpodesnijem obliku izjednačenja funkcije potrebne za računsko izjednačavanje pri sastavu dvoulaznih drvnogromadnih tablica. Disertacija, Zagreb.
- Emrović, B., 1960: O najpodesnijem obliku izjednačbene funkcije potrebne za računsko izjednačavanje pri sastavu dvoulaznih drvnogromadnih tablica. Annales pro experimentis foresticis XIV: 49-126.
- Emrović, B., V. Glavač & A. Pranić, 1962: Tablice drvnih masa za poljski jasen. Zavod za dendrometriju Šumarskog fakulteta u Zagrebu.
- Emrović, B., & A. Pranić, 1964: Joha, (*Alnus glutinosa*), drvena masa debljine iznad 7 cm, Šumarsko tehnički priručnik. Nakladni zavod znanje, Zagreb.
- Evert, F. 1969: Use of Form Factor in Tree-Volume Estimation. Journal of Forestry II:126-128
- Furnival, G., 1961: An index for Comparing equations used in construction of volume tables. For. Sci. 7:337-341.
- Garlick, F. J. & J. R. M. Barnes, 1981: Technical mathematics: a second level course. McGraw-Hill Book Company (UK) Limit. p. p. 339.
- Henriksen, H. A., 1953: Die Holzmasse der Buche. Det Forstlige Forsöksvaesen in Danmark, XXI, 2.
- Hitrec, V. & S. Tomančić, 1988: Development of the Information System in Forestry: Needs and Practical Issues IUFRO Subject Group S6.03, Information Systems and Terminology, Birmendorf and Zurich, p. 145-152.
- Husch, B., C. I. Miller & T. W. Bears, 1971: Forest Mensuration. New York, p. p. 410.
- Kozak, A. & R. C. Yong, 1978: Height-Diameter Curves, Another Application of the Weibull Function in Forestry. The Fifth meeting of the IUOFRO Subject group S6.02, Freiburg, p. 171-185.
- Kružić, T., 1990: Otklanjanje pogreške logaritamskog izjednačenja Mihajlove funkcije. Šumarski list CXIV (1/2):63-70.
- Kružić, T., 1991: Simuliranje sadašnje i buduće distribucije prsnih promjera, Šumarski list CXV 1/2:55-62.
- Levaković, A., 1935: Analitički izraz za sastojinsku visinsku krivulju. Annales pro experimentis foresticis 4:283-310, Zagreb.
- Matis, K. G., 1986: Volume Tables for *Abies borisii regis* at Pertouli, Aristotelian University of Thessaloniki Scientific Annales of the Department of Forestry and Natural Environment 6:327-363.
- Matis, K. G., 1988: Volume Tables for *Abies borisii regis*. Forest Ecology and Management 25:73-77.
- Meyer, H. A., 1941: A Correction for a Systematic Error Occuring in the Application of the Logarithmic Volume Equation. The Pennsylvania State Forest School, Research Paper 7.

- Müller, M., 1915: Lehrbuch der Holzmesskunde. Berlin 398 pp.
- Näslund, M., 1941: Funktionen und Tabellen zur Kubiernung stehender Bäume, Kiefer, Fichte und Birke in Nordschweden. Medd. Skogsforskn Inst., Stockh., 32.
- Näslund, M., 1947: Functions and tables for computing cubic volume of standing trees, pine, spruce and birch in southern Sweden and in whole of Sweden. Medd. Skogsforskn Inst., Stockh. 36.
- Novak, N., 1989: Informatika u šumarstvu. Osijek, 255 pp.
- Peschel, W., 1938: Die Mathematischen Methoden zur Herleitung der Wachstumsgeetze von Baum und Bestand und die Ergebnisse ihrer Anwendung. Thar. forstl. Jahrb. 89. Berlin.
- Pranjić, A., 1970: Sastojinske visinske krivulje hrasta lužnjaka. Magistarski rad, Zagreb.
- Prodan, M., 1965: Holzmesslehre. Frankfurt am Main, pp. 644.
- Schumacher, F. X. & F. D. S. Hall, 1933: Logarithmic Expression of Timber-tree Volume., Journ. of Agr. Res. 47/9, Washington.
- Smith, W. B., & C. A. Weist, 1982: A Net Volume Equation for Indiana, North Central Forest Experiment Station, Resource Bulletin NC - 63, 8 pp.
- Snedecor, G. W., 1967: Statistical Methods. The Iowa State University Press Ames, Iowa, U. S. A.
- Spurr, S. N., 1952: Forest Inventory. The Ronald Press Company, New York, 467 pp.
- Stoate, T. N. 1945: The use of a volume equation i pine stands. Australian Forestry 9:48-52.
- Špirenec, M., 1975: Drvno gromadne tablice, Poslovno udruženje šumskoprivrednih organizacija, Zagreb, pp 262.
- Đodorović, D. — V. Stamenković, 1967: Tablice zapremina i pada prečnika za bukvu sa Karaormana. Šumarstvo 7-8.
- Đodorović, D., 1958: Osvrt na definiciju oblika stabla. Šumarstvo 9-12.

TONO KRUŽIĆ

CHOOSING REGRESSION MODELS FOR FITTING VOLUME TABLES

Summary

Almost all new volume tables that have been fitted in Croatia were fitted using the method proposed by Emrović (Emrović 1960), where the mathematical fitting method was combined with the graphical method.

It is very important to have a good regression model instead of the tables alone when the computer is used for data processing. It would be ideal if we would find one universal model with minimal number of parameters to be used for all species.

With the aim to find a good regressin model very extensive research was made by testing models that have 3, 4, 5 or 6 parameters. The research was made on sample of the Black Alder (*Alnus glutinosa*), where the volume of wood above 7 cm was taken into consideration.

Because of known error of logarithmic fitting and known non-homogeneity of variance of volume, fitting the form factor by least squares method was used.

The logarithmic fitting of volume by using the Schumacher-Hall's model appeared to be totally unsutable because the differences through the diameter classes between the measured and fitted volume were significant. It ocured very distinctive within the great diameter classes and that means very bad fitting for the trees with great volume. The same result was confirmed by testing the extrapolation.

A directly fitted volume by using the Schumacher-Hall's model gave an acceptable result because bad fitting happened only within the small diameter classes.

When the form factors were fitted using the same model, the error was somewhat smaller than by the logarithmic fitting though still significant.

By adding 4th parmeter to the Schumacher-Hall's model the reducing of variance about the face of fitting has been significant. Further adding of parameters did not yield significant reducing of variance.

For fitting two-entry tables, author is propsing the following model:

$$V = b_0 d^{b_1} h^{b_2} e^{b_3 d^{-n}}$$

d – breast height diameter

h – height

b_0, b_1, b_2 i b_3 – parameters of regression

n – whole number inside the interval from $n = 1$ to $n = 4$

e – base of natural logarithm

In the author's research, this model gave the best rusult. For example the Meyer's formula, which was transformed for fitting the form factors, that has 6 parameters, gave a corelation coefficient of $R = 0.7461$ (tab. 7). This model is used for fitting the form factors with $n = 4$, gave $R = 0.7475$. The proposed model is really the Schumacher-Hall's model extended with exponential function. The exponential part of this proposed model has the influence only inside the small.

diameter classes that means when the diameter is growing up, the entire exponential part is getting closer and closer to 1.

The fitting volume tables should be conducted by fitting the form factor using least squares method. After that, the regression model for the form factors has to be multiplied by volume of the cylinder $(d^2h)\pi/40\ 000$. This way, the formula to be used for calculating the volume tables is obtained.

Author is assuming that this model should be universal not only for tree volume but in all cases when the breast height diameter and the height of a tree are independent variables. However, this assumption should be still confirmed by more extensive research in future.

Received May 15, 1992
Accepted October 1, 1992

Author's address:
Tono Kružić
Faculty of Forestry
41001 Zagreb, P. O. Box 178
Croatia