Usporedba regresijskih jednadžbi za izjednačenje visinskih krivulja

Vlahov, Ante

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
ŠUMARSKI FAKULTET
ŠUMARSKI ODSJEK

PREDDIPLOMSKI STUDIJ
ŠUMARSTVO

ANTE VLAHOV

USPOREDBA REGRESIJSKIH JEDNADŽBI ZA IZJEDNAČENJE VISINSKIH KRIVULJA

ZAVRŠNI RAD

ZAGREB, rujan 2016. godine

PODACI O ZAVRŠNOM RADU

Zavod:	Zavod za izmjeru i uređivanje šuma
Predmet:	Biometrika
Mentor:	Doc.dr.sc. Mislav Vedriš
Asistent – znanstveni novak:	
Student:	Ante Vlahov
JMBAG:	0068211102
Akad. godina:	2015/2016.
Mjesto, datum obrane:	Zagreb, 29.9.2016.
Sadržaj rada:	Slika: 12 Tablica: 8 Navoda literature: 5
Sažetak:	Visinska krivulja predstavlja odnos prsnog promjera i visine stabla iskazan matematičkom jednadžbom. Funkcije izjednačenja odabiru se iskustveno i po statističkim pokazateljima. Različite jednadžbe ocijenit će se pomoću statističkih pokazatelja kako bi se utvrdila opravdanost njihove primjene. Stabla jele su izmjerena u jelovo-bukovim šumama na području Gorskog kotara u UŠP Delnice u dvije gospodarske jedinice. Izmjereno je 550 stabala jele. Prikupljeni podaci obračunati su u programskom paketu Statistica 12. U radu je korišteno šest jednadžbi za izjednačenje visinskih krivulja. Rezultati dobiveni regresijskom analizom pokazali su da su sve jednadžbe za izjednačenje podjednako dobre. Najboljom se pokazala Prodanova funkcija izjednačenja, a najlošijom funkcija potencije.

SADRŽAJ

1. UVOD

Šuma je dinamičan ekosustav koji se stalno mijenja u vremenu i prostoru, upravo zbog toga se treba utvrditi sadašnje stanje da bi se moglo planirati buduće gospodarenje. Da bi se šumom kvalitetno gospodarilo potrebno je poznavati njezinu strukturu. Struktura sastojine varira od sastojine do sastojine, razlog tome je mnoštvo faktora koji utječu na samu strukturu sastojine.

Ovaj završni rad bavit će se regresijskom analizom primijenjenom za izradu visinske krivulje.

Visine stabla su nam potrebne prvenstveno radi određivanja volumena, a budući da je to mjerenje skupo olakšava se izradom visinskih krivulja. Visinska krivulja neke sastojine predstavlja ovisnost visine individualnih stabala o prsnom promjeru. Visinske krivulje se primjenjuju kod opisa sastojine, njihova bonitiranja te određivanja volumena i volumnog prirasta sastojine. U tu svrhu u sastojini se uzima reprezentativan uzorak visinsko primjerenih stabala, veličina uzorka ovisi o varijabilnosti visina, troškovima i željenoj pouzdanosti uzorka.

2. PREDMET ISTRAŽIVANJA

Metoda ispitivanja i analize ovisnosti jedne varijable (zavisne) o jednoj ili više drugih (nezavisnih) varijabli naziva se regresijskom analizom. Osnova regresijske analize je regresijski model. Regresijski model je matematička jednadžba koja definira povezanost između zavisne i nezavisne varijable. Ako je povezanost između zavisne i nezavisne varijable linearna govorimo o linearnoj regresiji. Regresija ne mora biti linearna, u ovom radu se primjenjuje nelinearna regresija, jer nam je ona bitna kod izrade visinskih krivulja.

Visinska krivulja predstavlja odnos između izmjerene visine stabla i prsnog promjera ili površine temeljnice. Može biti prikazana grafički i u obliku jednadžbe.

Izjednačenje visinske krivulje provodimo grafičkim ili računskim putem. Izbor funkcije izjednačenja izmjerenih visina ovisi o sposobnosti funkcije da što vjernije prikaže stohastičku ovisnost visina o prsnom promjeru.

Visinska krivulja preborne sastojine je stalnog položaja i oblika. Ovisnost visine o prsnom promjeru u prebornim sastojinama ovisi o sastavu vrsta u sastojini i uzgojnim zahvatima. U prebornoj sastojini određenog boniteta iste vrste i specifičnih zahvata, ovisnost visina o prsnom promjeru može biti prikazana jednom stalnom sigmoidnom krivuljom. U takvoj sastojini primjenjuje se isti tarifni niz, kod obračuna volumena kroz cijeli život sastojine. Kod visinskih krivulja prebornih sastojina može doći do pomaka visinske krivulje. Pomak se očituje u visinama jačih debljinskih stupnjeva. To se uglavnom događa zbog jačeg intenziteta prebornih sječa, a i zbog pomicanja drvne zalihe u više debljinske stupnjeve ako je ophodnjica duga. U prebornoj sastojini visinska krivulja stalna je samo onda kad je preborna ravnoteža za jednu danu ophodnjicu postignuta i za dulje vrijeme zadržana.

Visinske krivulje su nam potrebne za izradu lokalnih tarifa. One su obično namijenjene za određenu sastojinu, ali parametri variraju od područja do područja ovisno o bonitetu. Uzorci koji determiniraju visinsku krivulju su podaci prikupljeni sistematski na strateški postavljenim uzorcima. Strateški postavljen uzorak osigurava pokrivenost svih debljinskih stupnjeva i to omogućava da je krivulja realnija.

Standardne visinske krivulje pa i visinske krivulje koje služe za obračun volumena sastojine, danas se gotovo isključivo izrađuju računski. Radi lakše i jednostavnije interpretacije, prikazuju se grafički.

Za računsko izjednačenje visina potrebno je poznavati funkciju koja po svom obliku može predstavljati visinsku krivulju.
Funkcija izjednačenja visina općenito se može iskazati formulom:

$$h = f\ (d_{1,30})$$

Izbor funkcije izjednačenja ovisi o sposobnosti funkcije da vjerno prikaže karakteristike ovisnosti visine o prsnom promjeru kao i o praktičnosti funkcije. Primjenjena funkcija izražava ovisnost varijabli unutar opsega izmjerenih podataka pa ekstrapolacija, bez dobrog poznavanja prirode mjernih veličina, dovodi do značajnih pogrešaka.

Jednadžbe za izjednačavanje visinskih krivulja mogu biti:

1.) Linearne jednadžbe
2.) Nelinearne jednadžbe

Prema broju parametara mogu biti:

1.) S dva parametra
2.) S tri parametra
3.) Sa četiri parametra

3. CILJ ISTRAŽIVANJA

Cilj ovog istraživanja je usporediti po statističkim pokazateljima visinske krivulje obične jele izjednačene različitim matematičkim funkcijama za iste sastojine u Gorskom Kotaru. U izmjeri šuma matematički modeli se koriste jako dugo, zbog traženja zakonitosti između varijabli odnosno postavljanja empiričkih jednadžbi.

Usporedbom jednadžbi pokušat će se odrediti koje su poželjnije za primjenu, odnosno koje nisu prihvatljive za praktičnu primjenu.

4. MATERIJAL I METODE RADA

U četiri odjela u dvije različite gospodarske jedinice u prebornim jelovo-bukovim šumama izmjereno je ukupno 550 visina stabala obične jele, koje su bile zastupljene unutar svih debljinskih stupnjeva. Mjerenje je obavljeno na području UŠP Delnice u gospodarskim jedinicama „Delnice“ (odjeli DE10 i DE24) i „Ravna gora“ (odjeli RG100 i RG146). Prilikom izmjere prsnih promjera korištene su promjerke i mjeren je promjer sa preciznošću na jedan milimetar. Visine su mjerene visinomjerom Vertex okularno procjenjujući vrh krošnje sa preciznošću na deset centimetara.

Podaci su uneseni u računalo, a visinske krivulje izjednačene u programskom paketu Statistica 12.

Kao što je već navedeno osnova regresijske analize je regresijski model koji možemo definirati relacijom $y_i = f(x_i) + \varepsilon_i$, *i=1* ... *n* gdje je raspon od ε_i ... ε_n označava nepoznate komponente grešaka. Da bi postavili što realniju pretpostavku o regresijskoj funkciji, parove podataka (x_i,y_i) i (x_n,y_n) prikazujemo točkama u koordinatnom sustavu (dijagram raspršenosti). U ovom slučaju x_i ... x_n predstavlja izmjerene prsne promjere, a y_i ... y_n visine stabala. Uz pretpostavku da je $f(x)$ pravac, regresijska funkcija se zapisuje kao $f(x) = \alpha + \beta x$ tj. regresijski pravac. Ukoliko $f(x)$ nije pravac, funkciju $f(x)$ je potrebno linearizirati.

Metodom najmanjih kvadrata procjenjuju se parametri α i β . Ideja metode najmanjih kvadrata je da se minimizira suma kvadratnih odstupanja teoretskih (izjednačenih) od izmjerenih vrijednosti.

Izjednačenja su provedena pomoću sljedećih funkcija:

1. Mihajlovljeva funkcija:

$$h = b_0 e^{\frac{-b_1}{d}} + 1{,}30$$

2. Prodanova funkcija:

$$h = \frac{d^2}{b_0 + b_1 d + b_2 d^2}$$

3. Henriksenova funkcija:

$$h = b_0 + b_1 \log d$$

4. Levakovićeva funkcija:

$$h = b_0 \left(\frac{d}{1+d}\right)^{b_1} + 1{,}30$$

5. Polinom drugog stupnja:

$$h = 1{,}30 + b_0\, d + b_1\, d^2$$

6. Jednadžba potencije:

$$h = 1{,}30 + b_0\, (d)^{b_1}$$

Obračunata su i odstupanja visina izmjerenih na terenu sa visinama izjednačenim visinskim krivuljama radi ocjene uklopljenosti jednadžbe u skup podataka:

$$e = h - \hat{h}$$

Regresijskom analizom smo dobili parametre funkcije: b_0, b_1, b_2, te koeficijente determinacije R^2 i sumu kvadratnih odstupanja od funkcije:

$$\sum_{k=1}^{n} \left(h - \hat{h}\right)^2$$

gdje je:

h ..... izmjerena visina stabla

$\hat{h}$ ..... visina stabla dobivena jednadžbom

Koeficijent determinacije (R^2) predstavlja omjer protumačenih i ukupnih odstupanja:

$$R^2 = \frac{\sum_{k=1}^{n} \left(\hat{h} - \bar{h}\right)^2}{\sum_{k=1}^{n} \left(h - \bar{h}\right)^2}$$

gdje je:

h ..... izmjerena visina stabla

$\hat{h}$ ..... visina stabla dobivena jednadžbom

$\bar{h}$ ..... srednja visina stabla

Visina koeficijenta determinacije predstavlja omjer objašnjene i neobjašnjene varijabilnosti y u ovisnosti o x – model je bolji što je R^2 bliži 1:

$$0 \leq R^2 \leq 1$$

Srednja kvadratna odstupanja (*SKO*) dobili smo pomoću formule:

$$SKO = \frac{\sum_{k=1}^{n}\left(h - \hat{h}\right)^2}{DF}$$

Gdje je *DF* broj stupnjeva slobode, odnosno razlika između broja izmjerenih stabala (*n*) i broja parametara u modelu (*p*).

$$DF = n - \sum p$$

Standardna devijacija predstavlja prosječno odstupanje podataka od izjednačene jednadžbe (krivulje).

Formula standardne devijacije:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}\left(h - \hat{h}\right)^2}{DF}}$$

Statistička značajnost podrazumijeva da li je primjećena veza između dvije ili više varijabli nastala slučajno ili je nastala djelovanjem nekog eksperimentalnog faktora. Odluka da li će se prihvatiti ili odbaciti nulta hipoteza bazirana je na kontrastu između dobijenih rezultata i onih koji bi bili očekivani da je nulta hipoteza točna. Odluka se donosi korištenjem adekvatnog statističkog testa.

Testiranje značajnosti parametara odnosno regresijskog modela služi da se ocijeni upotrebljivost modela izvan uzorka, tj. može li se jednadžba koristiti za cijelu populaciju. Nulta hipoteza kod testiranja značajnosti parametara je da su parametri jednaki nuli.

Razina značajnosti se unaprijed određuje. To može biti bilo koja vrijednost u intervalu 0-100%, ali je uobičajeno da se bira razina značajnosti od 5% ili 1%, između ostalog i zato što su za njih izračunate vrijednosti u statističkim tablicama. Prilikom testiranja značajnosti korištena je razina značajnosti od 0,05 ili 5%.

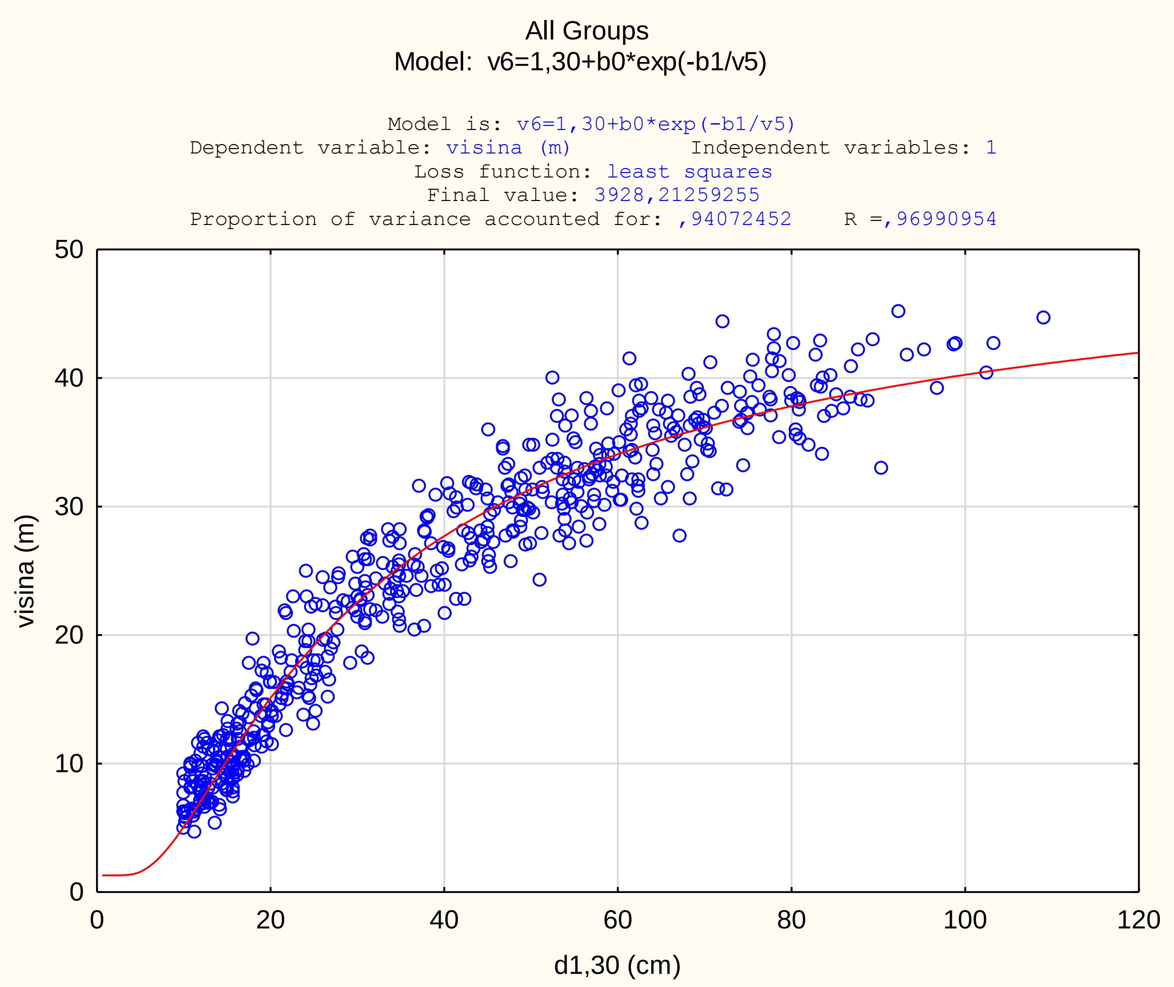
5. REZULTATI

U ovom poglavlju su prikazani rezultati obrađenih podataka. Rezultati su prikazani u obliku visinskih krivulja na temelju svih izmjerenih *n* stabala (*n* = 550) dobivenih određenom funkcijom:

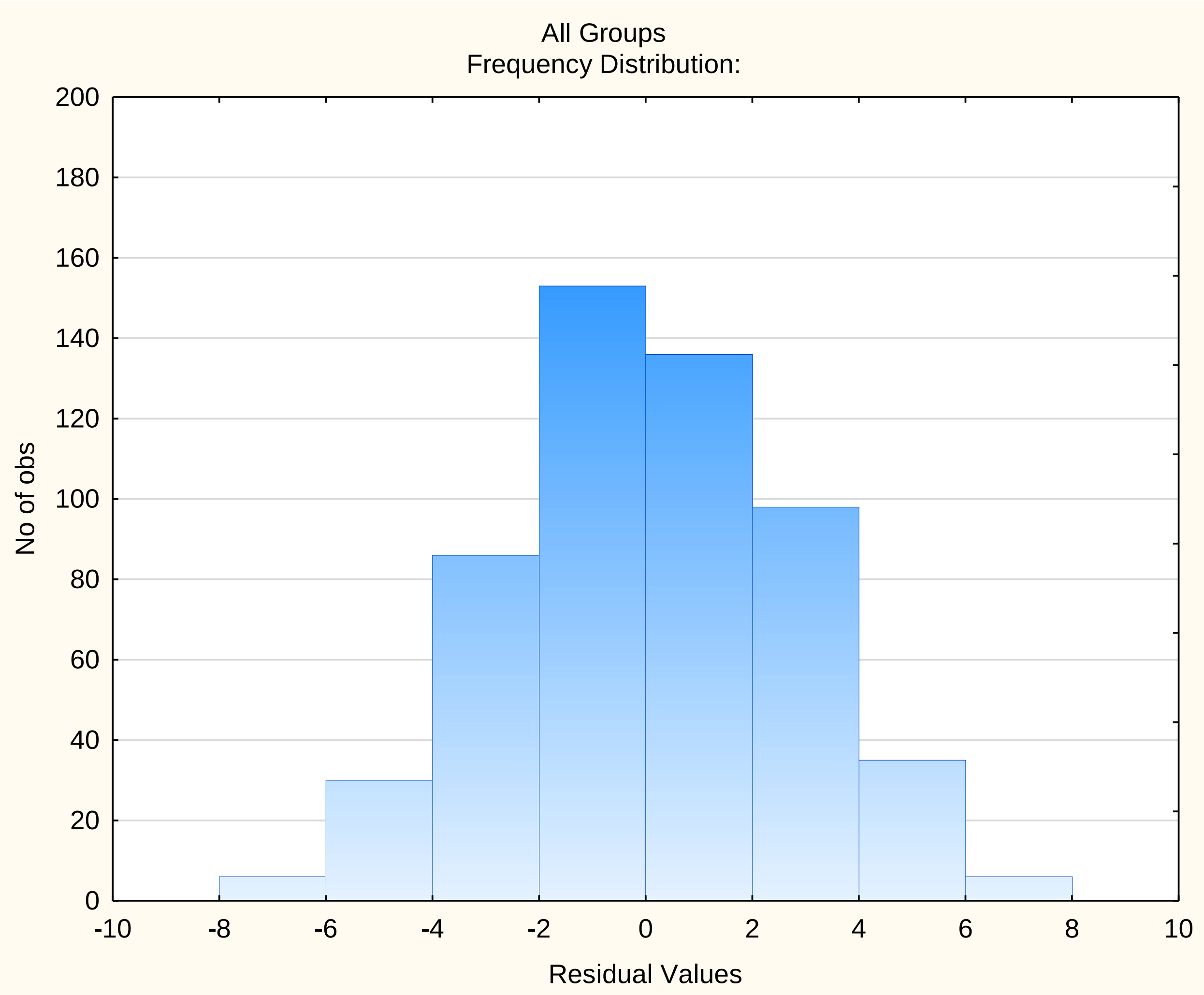
Tablica 1. Vrijednosti varijabli korištenih u regresijskoj analizi

Varijable	Srednja vrijednost	Standardna devijacija	Minimum	Maksimum
$d_{1,30}$ *(cm)*	40,56	23,54	10,00	109,02
h (m)	24,16	10,99	4,70	45,20

1. Mihajlovljevom funkcijom:



Slika 1. Visinska krivulja za cijeli skup podataka dobivena Mihajlovljevom funkcijom

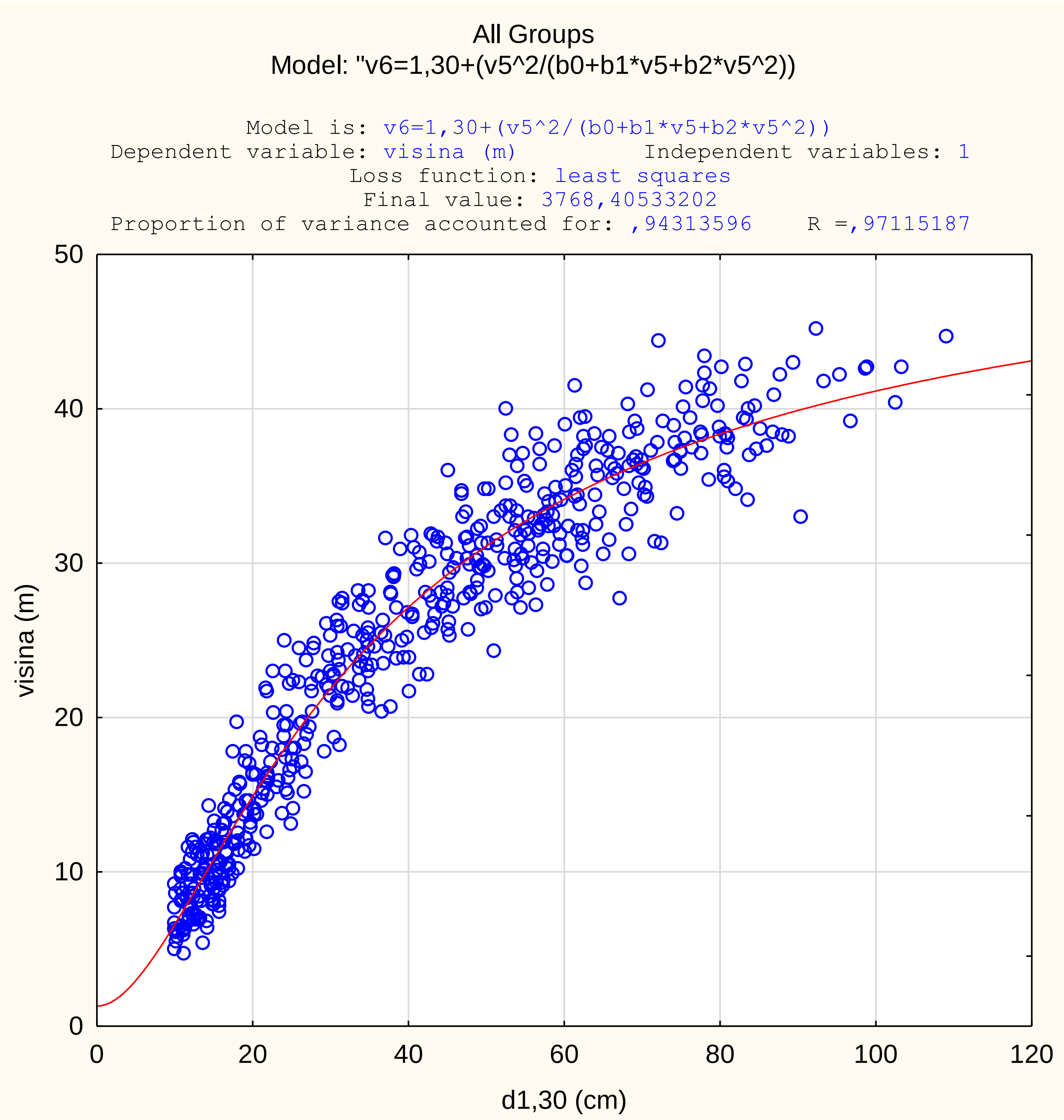


Slika 2. Prikaz distribucije odstupanja (rezidualnih vrijednosti) u modelu dobivenom Mihajlovljevom funkcijom

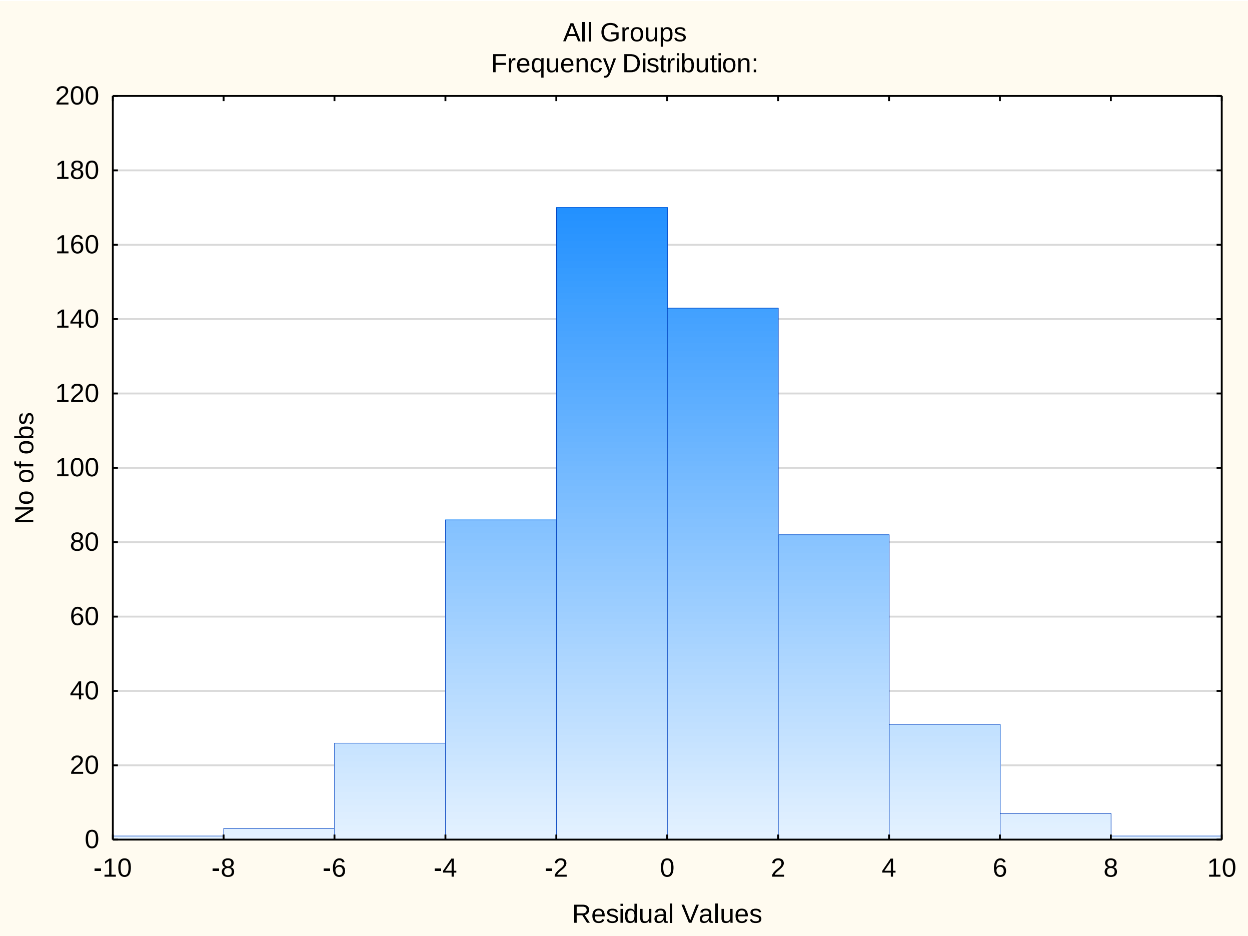
Tablica 2. Parametri jednadžbe dobiveni regresijskom analizom

Mihajlovljeva funkcija	Parametri			R^2	$s(m)$
	b_0	b_1	b_2		
Procijenjena vrijednost	50,48786	25,93485	/	0,96991	2,68
p - vrijednost	<0,00001	<0,00001	/		
Standardna pogreška	0,47851	0,40279	/		

2. Prodanovom funkcijom:



Slika 3. Visinska krivulja za cijeli skup podataka dobivena Prodanovom funkcijom

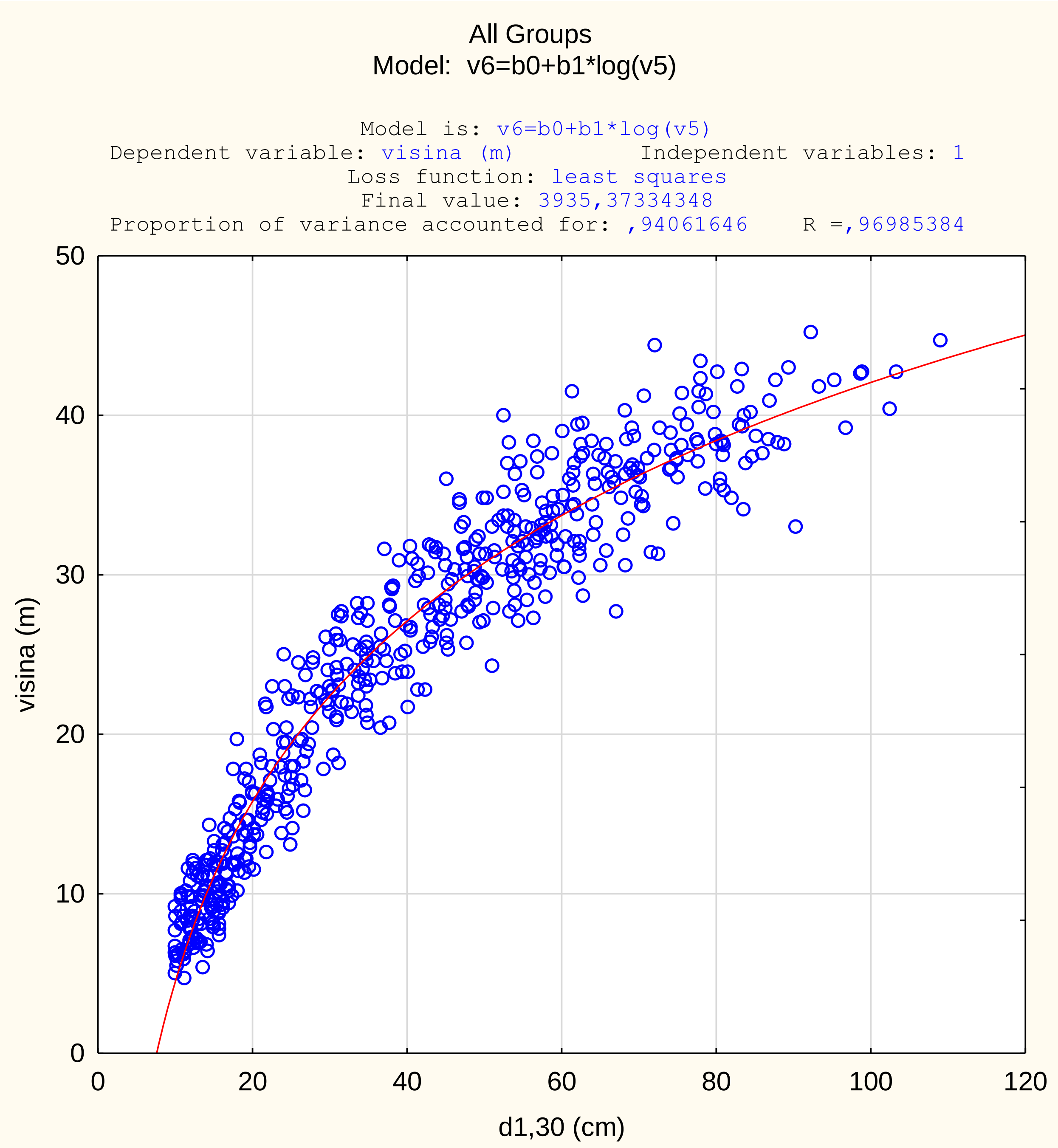


Slika 4. Prikaz distribucije odstupanja (rezidualnih vrijednosti) u modelu dobivenom Prodanovom funkcijom

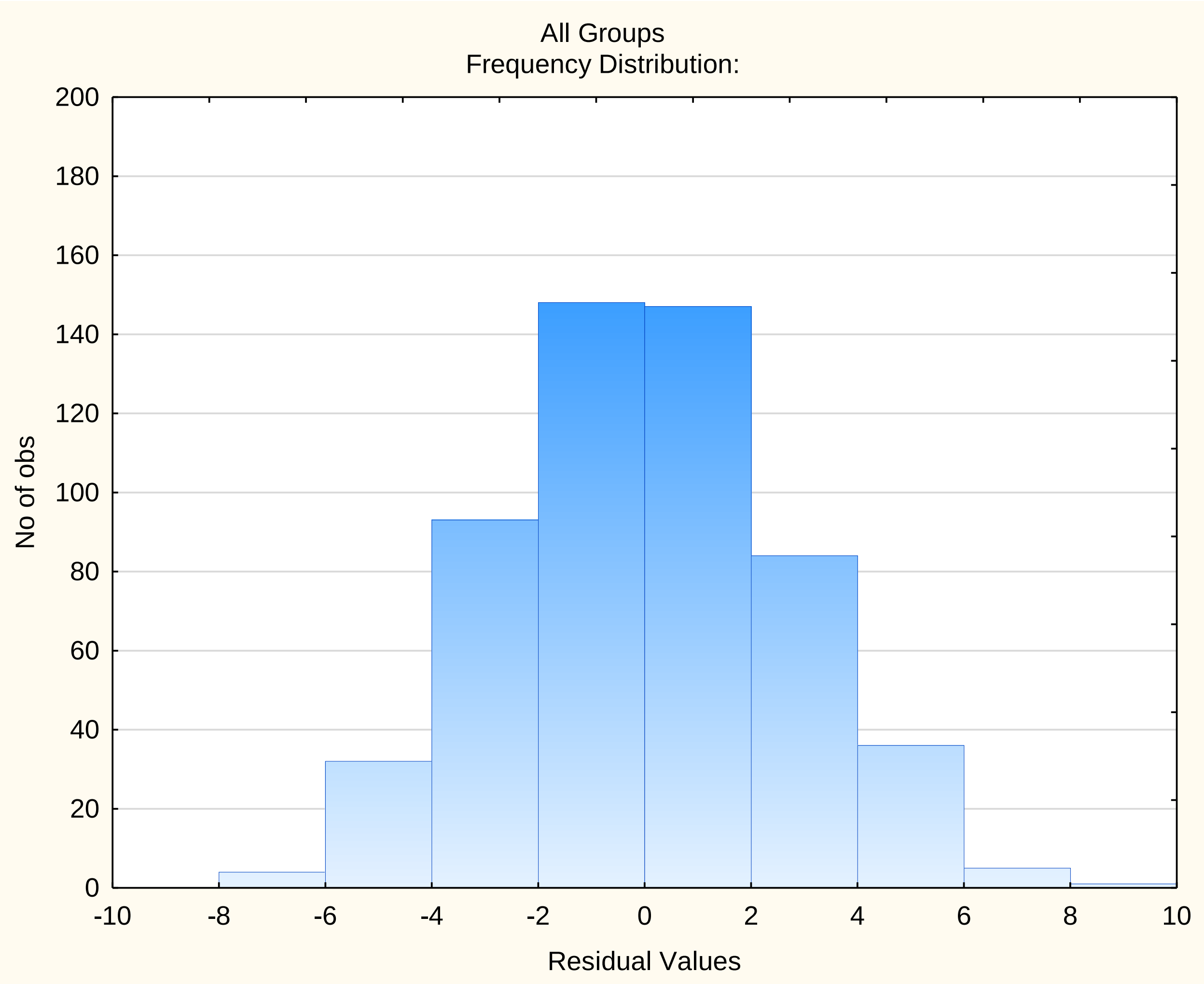
Tablica 3. Parametri jednadžbe dobiveni regresijskom analizom

Prodanova funkcija	Parametri			R^2	*s(m)*
	b_0	b_1	b_2		
Procijenjena vrijednost	12,19891	0,47979	0,01907	0,97115	2,63
p - vrijednost	<0,00001	<0,00001	<0,00001		

3. Henriksenovom funkcijom:



Slika 5. Visinska krivulja za cijeli skup podataka dobivena Henriksenovom funkcijom

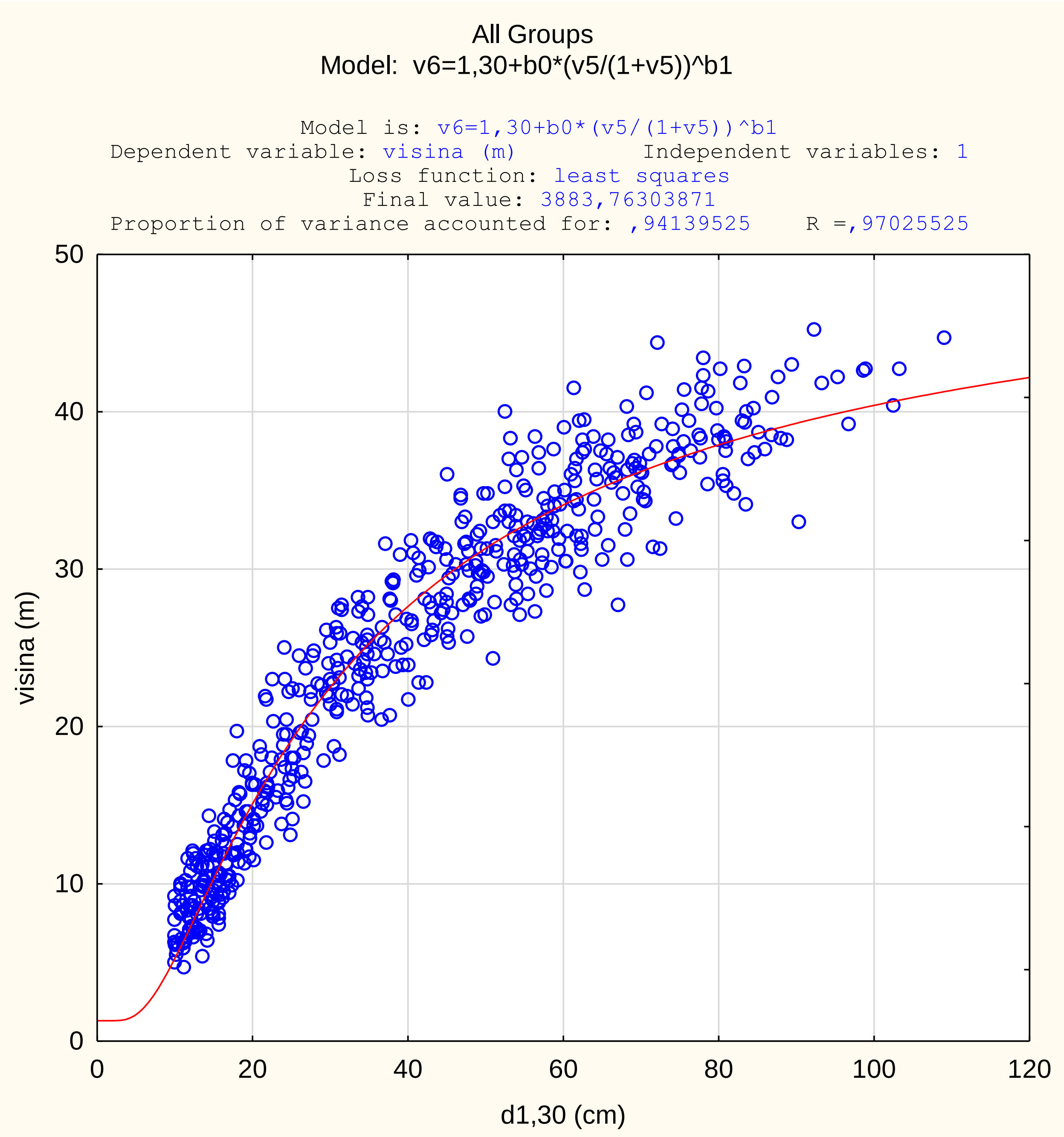


Slika 6. Prikaz distribucije odstupanja (rezidualnih vrijednosti) u modelu dobivenom Henriksenovom funkcijom

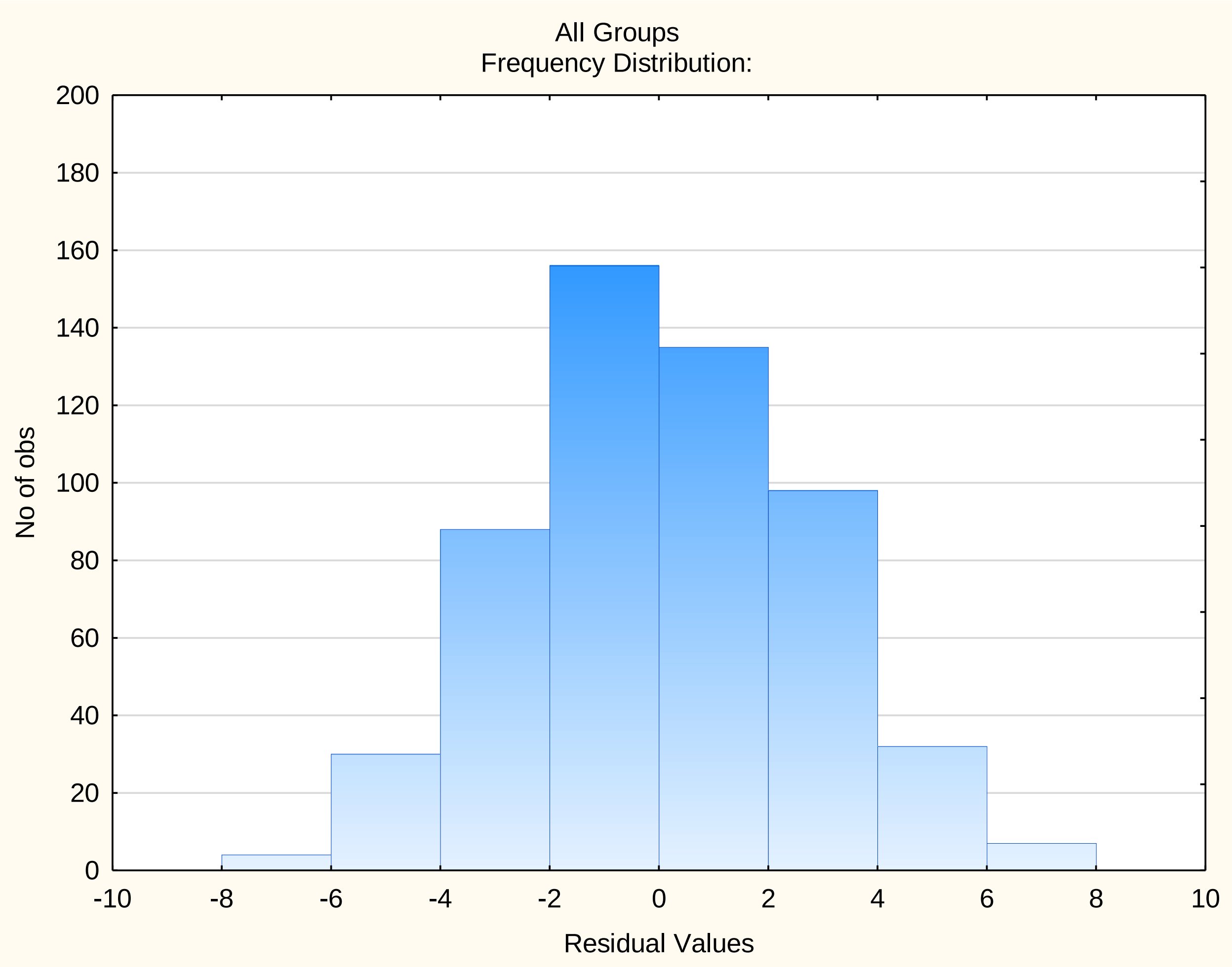
Tablica 4. Parametri jednadžbe dobiveni regresijskom analizom

Henriksenova funkcija	Parametri			R^2	$s(m)$
	b_0	b_1	b_2		
Procijenjena vrijednost	-33,12195	16,32534	/	0,96985	2,66
p - vrijednost	<0,00001	<0,00001	/		
Standardna pogreška	0,62535	0,17523	/		

4. Levakovićevom funkcijom:



Slika 7. Visinska krivulja za cijeli skup podataka dobivena Levakovićevom funkcijom

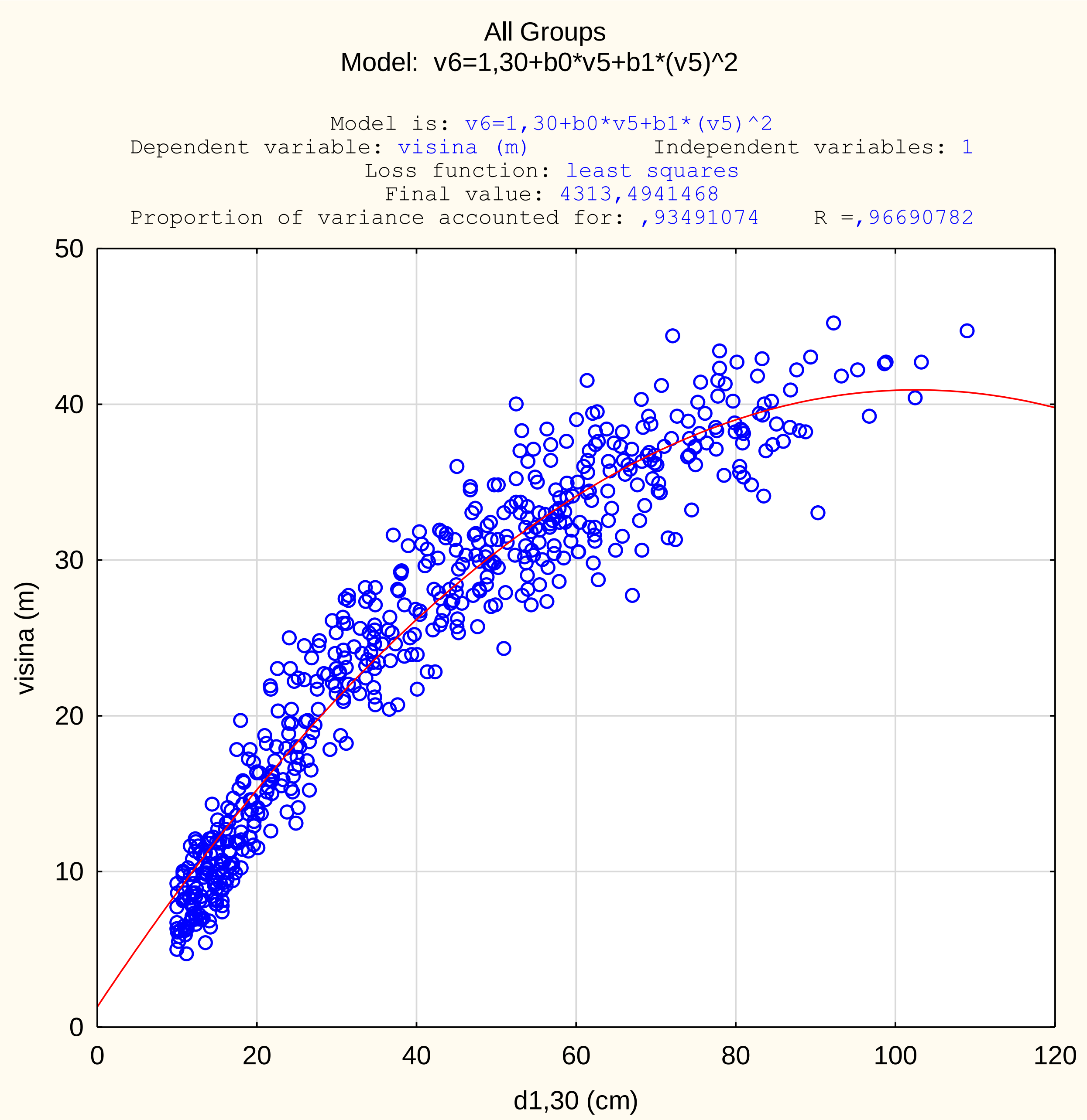


Slika 8. Prikaz distribucije odstupanja (rezidualnih vrijednosti) u modelu dobivenom Levakovićevom funkcijom

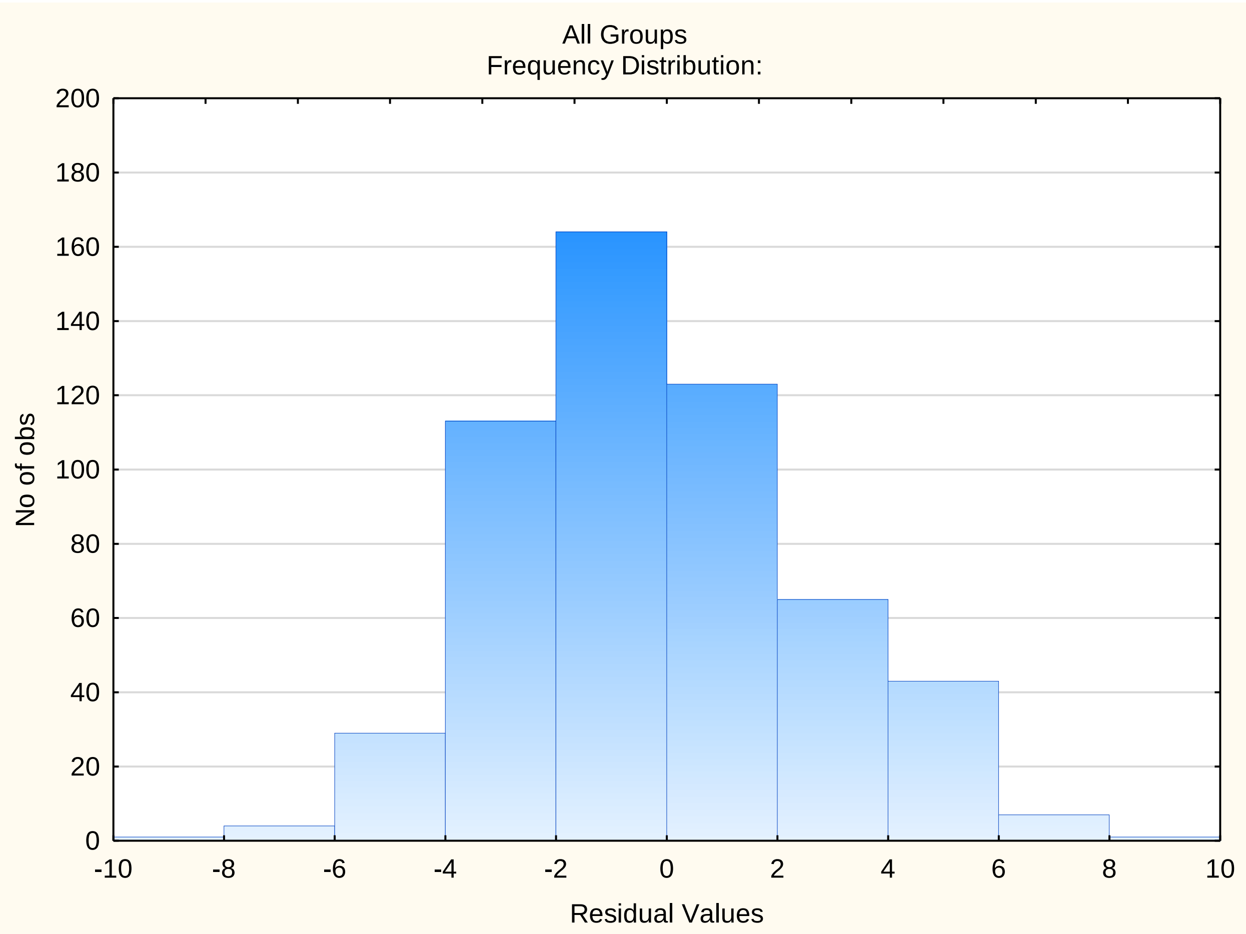
Tablica 5. Parametri jednadžbe dobiveni regresijskom analizom

Levakovićeva funkcija	Parametri			R^2	$s(m)$
	b_0	b_1	b_2		
Procijenjena vrijednost	51,07888	26,84624	/	0,97026	2,68
p - vrijednost	<0,00001	<0,00001	/		
Standardna pogreška	0,48702	0,41198	/		

5. Polinomom drugog stupnja:



Slika 9. Visinska krivulja za cijeli skup podataka dobivena jednadžbom polinoma drugog stupnja

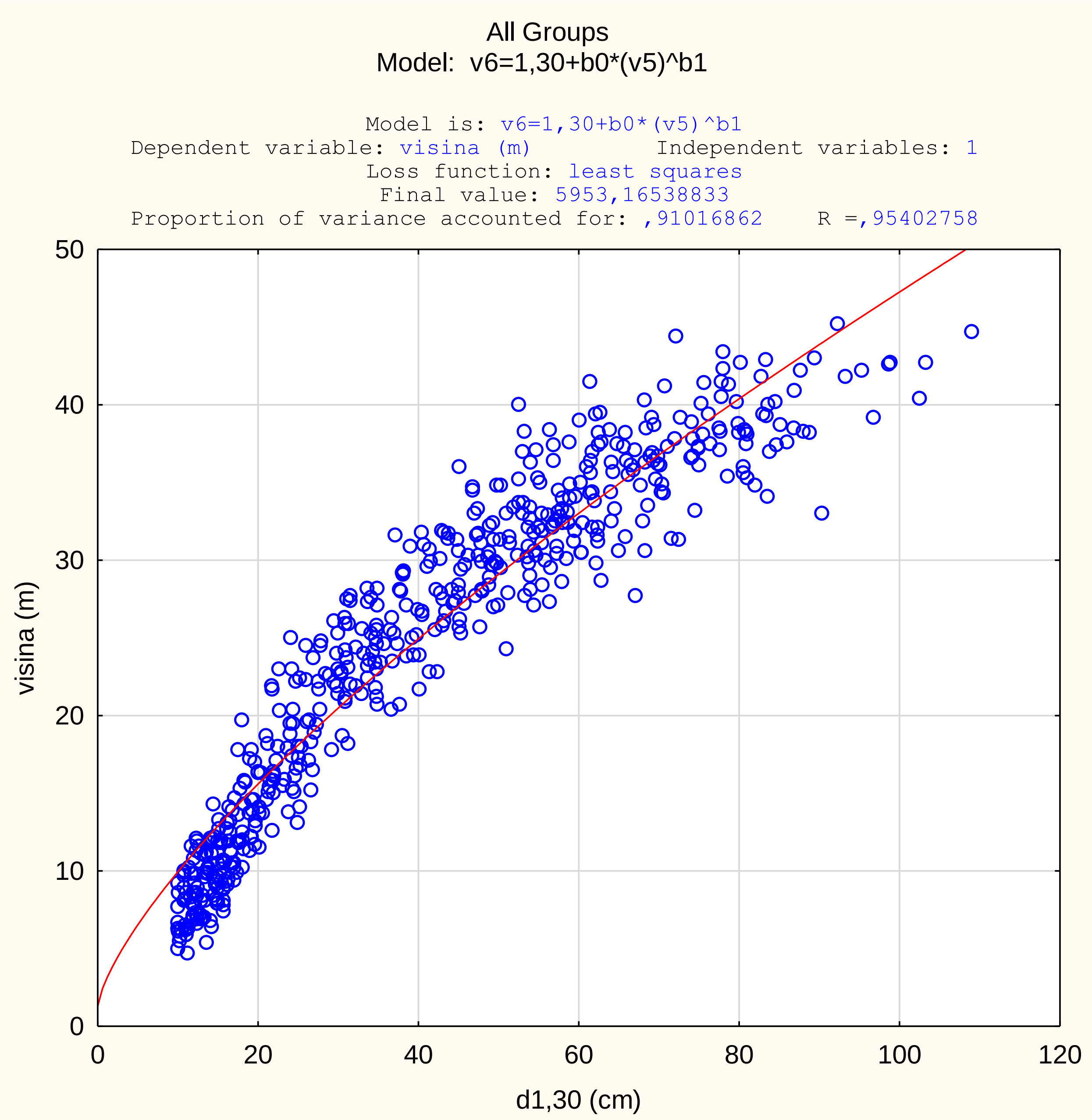


Slika 10. Prikaz distribucije odstupanja (rezidualnih vrijednosti) u modelu dobivenim polinomom drugog stupnja

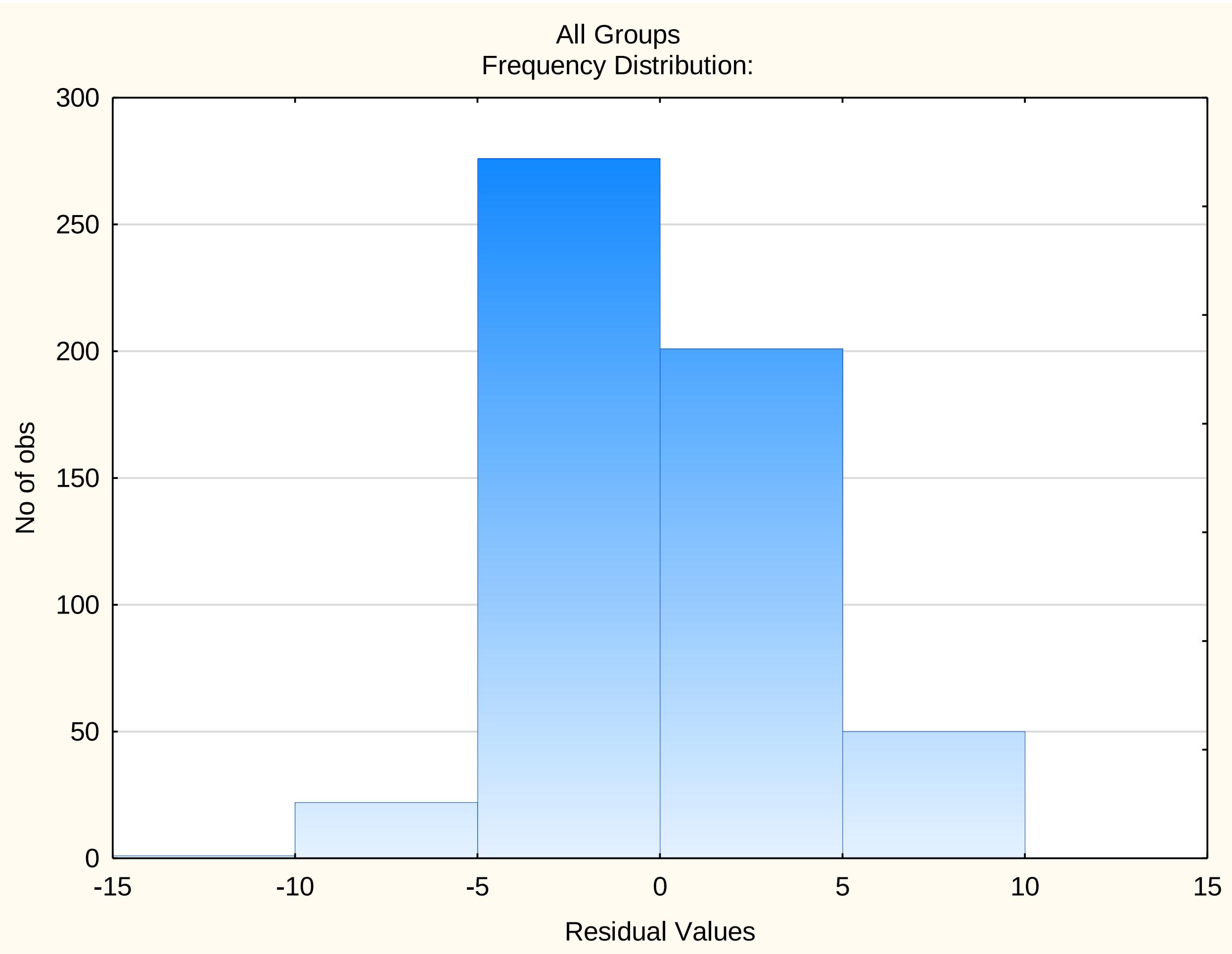
Tablica 6. Parametri jednadžbe dobiveni regresijskom analizom

Polinom drugog stupnja	Parametri			R^2	*s(m)*
	b_0	b_1	b_2		
Procijenjena vrijednost	0,77243	-0,00377	/	0,96691	2,81
p - vrijednost	<0,00001	<0,00001	/		
Standardna pogreška	0,00844	0,00013	/		

6. Potencijskom funkcijom:



Slika 11. Visinska krivulja za cijeli skup podataka dobivena jednadžbom potencije



Slika 12. Prikaz distribucije odstupanja (rezidualnih vrijednosti) u modelu dobivenom jednadžbom potencije

Tablica 7. Parametri jednadžbe dobiveni regresijskom analizom

Potencijska jednadžba	Parametri			R^2	*s(m)*
	b_0	b_1	b_2		
Procijenjena vrijednost	1,62341	0,72598	/	0,95403	3,30
p - vrijednost	<0,00001	<0,00001	/		
Standardna pogreška	0,07761	0,01190	/		

Tablica 8. Jednadžbe visinskih krivulja za cijeli skup podataka: parametri jednadžbe (*b*), koeficijent determinacije (R^2) i standardna devijacija (σ)

Jednadžba	Parametri			R^2	*s (m)*
	b_0	b_1	b_2		
Mihajlovljeva funkcija	50,48786	25,93485	/	0,96991	2,68
Prodanova funkcija	12,19891	0,47979	0,01907	0,97115	2,63
Henriksenova funkcija	-33,12195	16,32534	/	0,96985	2,66
Levakovićeva funkcija	51,07888	26,84624	/	0,97026	2,68
Polinom drugog stupnja	0,77243	-0,00377	/	0,96691	2,81
Potencijska jednadžba	1,62341	0,72598	/	0,95403	3,30

Testiranjem su se koeficijenti pokazali statistički značajnim uz razinu pouzdanosti p=0,05.

6. RASPRAVA I ZAKLJUČAK

Iz rezultata istraživanja vidljivo je da sve funkcije izjednačenja imaju visoke koeficijente determinacije R^2 što nam ukazuje na to da je funkcijska veza između visine stabla i prsnog promjera jaka, jer su svi koeficijenti determinacije približni 1.

Do malog odstupanja dolazi kod izjednačenja potencijskom jednadžbom gdje je R^2 malo niži od ostalih jednadžbi izjednačenja.

Standardna devijacija je podjednaka kod svih funkcija izjednačenja izuzev standardne pogreške kod korištenja potencijske jednadžbe gdje je vrijednost standardne pogreške najveća.

Također sa grafičkih prikaza se može očitati da podaci odstupaju od krivulje kada su u pitanju stabla s manjim prsnim promjerom, i to kod potencijske funkcije i polinoma drugog stupnja. Ovaj podatak ukazuje na to da su potencijska funkcija i polinom drugog stupnja pouzdaniji za deblja stabla, dok su ostale funkcije pouzdane neovisno o debljini stabla.

Budući da je testiranje provedeno na razini značajnosti od 0,05 ili 5% iz rezultata se može vidjeti da su svi ponuđeni modeli statistički značajni, tj. svi modeli se mogu koristiti kao pouzdani pokazatelj povezanosti visine stabla i prsnog promjera.

Iako su svi modeli značajni, iz svega navedenog može se vidjeti da je pri izjednačavanju najpouzdanije koristit Prodanovu funkciju izjednačenja zbog koeficijenta determinacije koji je najbliži 1 (0,97115) i najmanjeg iznosa standardne devijacije (2,63), dok je zbog navedenih odstupanja najmanje preporučljiva potencijska funkcija.

Obzirom na moguću ekstrapolaciju iz rezultata je vidljivo da su Henriksenova jednadžba izjednačenja, funkcija polinoma drugog stupnja i funkcija potencije ne prihvatljive.

7. LITERATURA

Pranjić A. 1970: Sastojinske visinske krivulje hrasta lužnjaka. Šumarski list br.7-8: str:201-220

Pranjić A. 1986: Šumarska biometrika. Str:20-22, 146-148

Pranjić A., Lukić N. 1997: Izmjera šuma, Sveučilište u Zagrebu, Šumarski fakultet

Renka B. 2011: Usporedba jednadžbi za izjednačenje visinskih krivulja obične jele u Gorskom kotaru. Diplomski rad, Šumarski fakultet Sveučilišta u Zagrebu.

Vedriš M. 2010: Utjecaj različitih metoda uzorkovanja na izmjeru i procjenu strukturnih elemenata bukovo-jelovih sastojina. Doktorski rad, Šumarski faklutet Sveučilišta u Zagrebu, str: 63-67.

http://matematika.fkit.hr/novo/statistika_i_vjerojatnost/predavanja/7%20-%20Metoda%20najmanjih%20kvadrata.pdf

http://web.efzg.hr/dok/sta/vbahovec/statistika%20za%20poduzetnike/8_REGRESIJA%20I%20KORELACIJA.pdf

http://www.mathos.unios.hr/ptfstatistika/Vjezbe/materijali_7.pdf